

GABRIEL DRESCH

**AVALIAÇÃO AUTOMÁTICA DA ACURÁCIA RELATIVA DE DADOS LIDAR
AEROTRANSPORTADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Rodrigues dos Santos

**CURITIBA
2015**

D773a

Dresch, Gabriel

Avaliação automática da acurácia relativa de dados LiDAR
aerotransportado/ Gabriel Dresch. – Curitiba, 2015.
105 f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da
Terra, Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, 2015.

Orientador: Daniel Rodrigues dos Santos .

Bibliografia: p. 97-100.

1. Radar ótico. 2. Algoritmos - Otimização. 3. Modelos matemáticos. I.
Universidade Federal do Paraná. II. Santos, Daniel Rodrigues dos. III. Título.

CDD: 621.3848

TERMO DE APROVAÇÃO

GABRIEL DRESCH


“AVALIAÇÃO AUTOMÁTICA DA ACURÁCIA RELATIVA DE DADOS LIDAR AEROTRANSPORTADO”

Dissertação nº 279 aprovada como requisito parcial do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:


Orientador:



Prof. Dr. Daniel Rodrigues dos Santos
Departamento de Geomática, UFPR



Prof. Dr. Maurício Galo
Universidade Estadual Paulista, UNESP



Prof. Dr. Edson Aparecido Mitishita
Departamento de Geomática, UFPR

Curitiba, 17 de março de 2015.

Dedico este trabalho à minha esposa Daiana, que sempre me apoiou na busca por novos conhecimentos, mesmo quando essa busca implicou na mudança de cidade.

Agradeço à Diretoria de Serviço Geográfico do Exército Brasileiro pela oportunidade de aperfeiçoar a minha formação profissional. Ao amigo e professor Daniel Rodrigues dos Santos, pela orientação, colaboração e especialmente pela confiança no meu trabalho. Aos colegas do LAPE, especialmente ao amigo Nadisson, pelas diversas discussões que ajudaram no desenvolvimento desse trabalho. Aos professores do Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas da UFPR, pelos conhecimentos transmitidos.

“Aquilo que não se pode medir, não se pode melhorar.”

Lorde Kelvin

RESUMO

Neste trabalho é proposto um método automático para o controle da qualidade posicional relativa de dados LiDAR aerotransportados através da comparação de feições pontuais, lineares e superfícies planas correspondentes extraídas em faixas adjacentes. O método proposto permite a avaliação simultânea da acurácia altimétrica e planimétrica com elevado grau de automação e a detecção de erros sistemáticos sem a necessidade de empregar dados externos. O método é dividido em quatro etapas. Primeiramente, é realizado um pré-processamento seguido de uma filtragem dos dados LiDAR. Em seguida, as superfícies planas são extraídas automaticamente sobre os telhados encontrados nas faixas adjacentes.

Posteriormente, as correspondências entre as feições extraídas em cada faixa são estabelecidas e os parâmetros de rotação e translação são estimados através de uma variante do método ICP. A variação do método ICP proposta tem por finalidade minimizar o somatório da distância entre pontos e planos correspondentes. Por fim, para realizar a avaliação simultânea da acurácia altimétrica e planimétrica, são empregadas linhas retas extraídas a partir da interseção de planos adjacentes. Para avaliação do método proposto foram conduzidos experimentos com dados obtidos por varredura LiDAR em duas regiões distintas, sendo uma delas recoberta por 2 faixas com densidade de 1 ponto/m² e a outra recoberta por 11 faixas com densidade de 5 ponto/m². Os resultados encontrados mostram a eficiência e a potencialidade do método proposto.

Palavras-Chave: LiDAR. RANSAC. ICP. Superfícies Planas. Linhas Retas.

ABSTRACT

An automatic method for internal quality control evaluation of airborne LiDAR data by comparing corresponding planar, linear and punctual features extracted in overlapping strips is proposed. The proposed method allows the simultaneous evaluation of altimetric and planimetric relative accuracy, systematic errors detection using no external data and the high degree of automation. Our method work following four main tasks. First, the LiDAR data is pre-processed and filtered. Then, the planar surfaces are automatically extracted from the planar roofs in both strips. After, the correspondences between extracted features in each strip are established and the rotation and translation parameters are estimated by a variant of ICP method. This variant aims to minimize the sum of the distance between points and corresponding planes. Finally, in order to evaluate simultaneously planimetric and altimetric accuracy, straight lines formed by the intersection of two adjacent surface planes are used. Experiments were conducted to evaluate the proposed method, using LiDAR data obtained from two different regions. In the first experiment was used 2 overlapping LiDAR strips, whose density is 1 point / m², while in the last experiment was used 11 overlapping LiDAR strips with a point density of 5 point / m². The results obtained showed the efficiency and the potential of the proposed method.

Keywords: LiDAR. RANSAC. ICP. Planar surfaces. Straight lines.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 01 – MÚLTIPLOS RETORNOS DE UM PULSO LASER	24
FIGURA 02 – VARREDURA LASER COM ESPELHO OSCILANTE	25
FIGURA 03 – RELAÇÃO ENTRE OS REFERENCIAIS	28
FIGURA 04 – ITERAÇÕES DO RANSAC NA OBTENÇÃO DE RETAS	30
FIGURA 05 – ÁREA DO LEVANTAMENTO LIDAR NO MUNICÍPIO DE CURITIBA	47
FIGURA 06 – FECHO CONVEXO DAS FAIXAS 52 E 53	48
FIGURA 07 – TRECHO DO ARQUIVO ORIGINAL.....	48
FIGURA 08 – IMAGEM DE ELEVAÇÃO DA REGIÃO DE SOBREPOSIÇÃO ÁREA DE ESTUDO 1	49
FIGURA 09 – IMAGEM DE INTENSIDADE DA REGIÃO DE SOBREPOSIÇÃO ÁREA DE ESTUDO 1	49
FIGURA 10 – ÁREA DO LEVANTAMENTO LIDAR NO MUNICÍPIO DE RECIFE...	50
FIGURA 11 – VISTA SUPERIOR (a) E VISTA EM PERSPECTIVA (b) DA ÁREA DE ESTUDO 2	51
FIGURA 12 – ESQUEMA SIMPLIFICADO DO MÉTODO.....	52
FIGURA 13 – ESQUEMA DO PRÉ-PROCESSAMENTO	53
FIGURA 14 – ÁREA DE SOBREPOSIÇÃO ENTRE DUAS FAIXAS.....	54
FIGURA 15 – ESQUEMA DA FILTRAGEM.....	56
FIGURA 16 – ESQUEMA DA EXTRAÇÃO E CORRESPONDÊNCIA DE FEIÇÕES	59
FIGURA 17 – FLUXOGRAMA DO REFINAMENTO DOS PLANOS	60
FIGURA 18 – OUTLIER REMOVAL: PONTO REMOVIDO (a) PONTO MANTIDO (b)	61
FIGURA 19 – REPRESENTAÇÃO VETORIAL DE UMA LINHA DE CUMEADA: (a) VISTA EM PERSPECTIVA; (b) VISTA SUPERIOR	66
FIGURA 20 – ESQUEMA DA AVALIAÇÃO DA ACURÁCIA RELATIVA	67
FIGURA 21 – CÁLCULO DO PONTO CORRESPONDENTE	69
FIGURA 22 – ERRO PLANIMÉTRICO.....	72
FIGURA 23 – HISTOGRAMA DA DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO DA SITUAÇÃO IDEAL DA ÁREA 1	77
FIGURA 24 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS CALCULADOS DA ÁREA 1	78
FIGURA 25 – ERROS ALTIMÉTRICO (a) E PLANIMÉTRICO (b)	79
FIGURA 26 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO NOS DADOS DE VERIFICAÇÃO DA ÁREA 1	80
FIGURA 27 – HISTOGRAMAS DO REMQ POR PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO DA ÁREA 1.....	81

FIGURA 28 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS CALCULADOS EM UM PLANO.....	82
FIGURA 29 – ERROS EM UM PLANO ANTES (a) E APÓS (b) A TRANSFORMAÇÃO (m)	82
FIGURA 30 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “A” (a) E “B” (b) NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2	87
FIGURA 31 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “C” (a) E “D” (b) NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2	87
FIGURA 32 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “E” (a) E “F” (b) NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2	88
FIGURA 33 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “G” (a) E “H” (b) NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2	88
FIGURA 34 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NA ÁREA “I” NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 289	
FIGURA 35 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “A” (a) E “B” (b) NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2	91
FIGURA 36 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “C” (a) E “D” (b) NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2	91
FIGURA 37 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “E” (a) E “F” (b) NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2	92
FIGURA 38 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “G” (a) E “H” (b) NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2	92
FIGURA 39 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NA ÁREA “I” NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 293	

LISTA DE TABELAS

TABELA 01 – QUANTIDADE DE PONTOS EM CADA ETAPA	75
TABELA 02 – PRECISÃO DOS PLANOS EXTRAÍDOS	75
TABELA 03 – NÚMERO DE PONTOS DOS PLANOS EXTRAÍDOS	76
TABELA 04 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 1	76
TABELA 05 – PARÂMETROS CALCULADOS NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 1	77
TABELA 06 – PARÂMETROS CALCULADOS NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 1	80
TABELA 07 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 1	80
TABELA 08 – REMQ DOS PLANOS DE VERIFICAÇÃO DA ÁREA 1	81
TABELA 09 – FAIXAS EMPREGADAS EM CADA ÁREA	83
TABELA 10 – QUANTIDADE DE PONTOS EM CADA ETAPA DA ÁREA 2	83
TABELA 11 – QUANTIDADE DE PLANOS DA ÁREA 2	84
TABELA 12 – QUANTIDADE DE LINHAS RETAS DA ÁREA 2	84
TABELA 13 – PRECISÃO DOS PLANOS EXTRAÍDOS DA ÁREA 2	85
TABELA 14 – NÚMERO DE PONTOS DOS PLANOS EXTRAÍDOS DA ÁREA 2	85
TABELA 15 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2	86
TABELA 16 – PARÂMETROS CALCULADOS NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2	89
TABELA 17 – REMQ ALTIMÉTRICO E PLANIMÉTRICO DA ÁREA 2	90
TABELA 19 – PARÂMETROS CALCULADOS NA 2ª AVALIAÇÃO	91

LISTA DE QUADROS

QUADRO 01 – EFEITO DOS ERROS SISTEMÁTICOS.....	29
QUADRO 02 – CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA LIDAR OPTECH ALTM 2050 ..	47
QUADRO 03 – CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA LIDAR OPTECH ALTM GEMINI	50

LISTA DE SIGLAS

3D – Tridimensional

ACP – Análise de Componentes Principais

GNSS – Sistema de Navegação Global por Satélite (*Global Navigation Satellite System*)

GPS – Sistema de Posicionamento Global (*Global Positioning System*)

INS – Sistema de Navegação Inercial (*Inertial Navigation System*)

ICP – *Iterative Closest Point*

ICPatch – *Iterative Closest Patch*

LACTEC – Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento

LASER – *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*

LiDAR – *Light Detection and Ranging*

MATLAB – *Matrix Laboratory*

NE – Nordeste

NO – Noroeste

PCL – *Point Cloud Library*

PRF – Frequência de Repetição de Pulsos (*Pulse Repetition Frequency*)

MMQ – Método dos Mínimos Quadrados

RANSAC – *Random Sample Consensus*

REMQ – Raiz do Erro Médio Quadrático

SE – Sudeste

SO – Sudoeste

SVD – *Single Value Decomposition*

TIN – Rede Irregular de Triângulos (*triangular irregular network*)

UTM – *Universal Transverse Mercator*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	14
1.2 ESTADO DA ARTE	16
1.3 OBJETIVO GERAL.....	20
1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	20
1.5 JUSTIFICATIVA	20
1.6 CONTRIBUIÇÕES.....	21
1.7 ESTRUTURA E CONTEÚDO DO TRABALHO	22
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
2.1 SISTEMA DE VARREDURA LASER AEROTRANSPORTADO	23
2.1.1 Composição do sistema LiDAR aerotransportado.....	26
2.1.2 Modelo matemático e erros	27
2.2 Algoritmo RANSAC	30
2.3 QUATÉRNIOS.....	34
2.3.1 Representação de Rotações por Quatérnios	36
2.4 ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS	37
2.5 Algoritmo ICP	39
2.5.1 Método proposto por Horn.....	39
2.5.2 Algoritmo ICP proposto por Besl e McKay (1992)	43
2.5.3 Variações do ICP.....	44
3 MATERIAL E MÉTODOS	46
3.1 RECURSOS EMPREGADOS	46
3.2 DADOS UTILIZADOS.....	46
3.2.1 Área de estudo 1 – Curitiba-PR.....	47
3.2.2 Área de estudo 2 – Recife-PE	50
3.3 MÉTODO PROPOSTO	51
3.3.1 Pré-processamento	53
3.3.2 Filtragem	55
3.3.3 Extração e correspondência de feições.....	59
3.3.4 Avaliação da Acurácia Relativa	67
3.3.4.1 Cálculo dos parâmetros.....	68
3.3.4.2 Avaliação Planimétrica e Altimétrica.....	70
4 EXPERIMENTOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	73
4.1 EXPERIMENTOS REALIZADOS	73
4.2 RESULTADOS	75

4.2.1 Área de estudo 1 – Curitiba - PR.....	75
4.2.2 Área de estudo 2 – Recife - PE	82
5 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	94
5.1 CONCLUSÃO.....	94
5.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	96
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
APÊNDICE	101

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

De acordo com Wehr e Lohr (1999) o LiDAR (*Light Detection and Ranging*) é um sistema de sensoriamento remoto ativo que determina as coordenadas tridimensionais (3D) de pontos sobre a superfície terrestre por meio da geração, emissão e captura de pulsos LASER (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*), integrados com dados do sistema de navegação global por satélites (GNSS) e do sistema de navegação inercial (INS). A aquisição de um grande volume de dados 3D é feita de forma rápida e precisa, quando comparado com os demais métodos.

Atualmente, o sistema LiDAR aerotransportado é empregado em diversos projetos de engenharia, arquitetura e urbanismo, planejamento, hidrografia, mapeamento florestal, monitoramento de áreas costeiras, modelagem 3D de ambientes urbanos, geologia, estradas e rodagem, entre outros. Apesar disso, ainda não existem padrões e procedimentos eficientes para avaliar a qualidade posicional dos dados obtidos com a tecnologia supracitada. De acordo com Habib *et al.* (2010) os procedimentos tradicionais de avaliação da qualidade posicional não são adequados para avaliação de dados LiDAR, uma vez que empregam pontos de controle obtidos através de rastreamento de satélites. A obtenção desses pontos é uma tarefa dispendiosa em custo e tempo, e também necessita do emprego de recursos humanos. Além disso, a natureza irregular e discreta dos dados provenientes do sistema LiDAR torna a identificação de pontos correspondentes uma tarefa complexa. Basicamente, o recobrimento de uma área da superfície física pelo sistema LiDAR é feito por diversas faixas de voo que apresentam um determinado percentual de sobreposição. Os dados são independentemente georreferenciados pela integração dos sensores GNSS/INS e LASER. Este procedimento provoca um acúmulo de erros sistemáticos e aleatórios nos dados 3D introduzidos pelo mecanismo de varredura do sistema LiDAR e pelas incertezas dos parâmetros de integração dos componentes dos sistemas de navegação e posicionamento. Ao comparar faixas adjacentes podem ser verificados desalinhamentos angulares e deslocamentos entre as nuvens de pontos 3D relativas a cada faixa de voo. A quantificação e eliminação desses erros é um procedimento

utilizado pelos produtores de dados LiDAR e é conhecido como ajustamento de faixas. Além disso, a identificação do deslocamento e do desalinhamento angular constitui uma importante parte do processo de avaliação da acurácia feita pelo usuário final. Deste modo, o desenvolvimento de métodos rápidos e confiáveis para o ajustamento de faixas de dados LiDAR aerotransportado é de interesse tanto do produtor quanto do usuário final (SANDE *et al.* 2010).

De forma geral, a análise da qualidade de um produto cartográfico pode ser relativa (interna) ou absoluta (externa). O controle de qualidade interno emprega os próprios dados a serem analisados no processo de avaliação, enquanto que no controle de qualidade externo são utilizados dados externos independentes (ARIZA LOPES, 2013), tais como pontos de controle. Tanto o controle de qualidade interno quanto o externo buscam avaliar a acurácia dos dados. De acordo com Monico *et al.* (2009) o conceito de acurácia envolve os erros sistemáticos e aleatórios, enquanto a precisão envolve apenas erros aleatórios. A avaliação da acurácia pode ser feita através do cálculo do REMQ (raiz do erro médio quadrático), enquanto que para avaliar a precisão é necessário analisar o desvio-padrão das medidas.

Basicamente, existem dois aspectos a serem tratados na avaliação da qualidade posicional de dados LiDAR, isto é, os tipos de erros envolvidos e o grau de automação a ser empregado no processo. No primeiro aspecto, como descrito anteriormente, a qualidade dos dados provenientes do LiDAR depende principalmente dos erros aleatórios e sistemáticos oriundos das observações de posição e de orientação obtidas na integração GNSS/INS, bem como das medidas angulares dos espelhos e das distâncias provenientes do dispositivo de varredura LASER. Já no segundo aspecto, o alto grau de automação também é um fator importante para a avaliação da qualidade posicional, uma vez que implica na redução de tempo de execução e custos.

Segundo Latypov (2002) a avaliação da acurácia absoluta pode ser reduzida, caso seja confirmada uma boa acurácia relativa dos dados LiDAR, tendo em vista que apenas o erro sistemático no deslocamento vertical não pode ser mensurado na análise realizada na área de sobreposição entre faixas distintas. Ou seja, se a avaliação da acurácia relativa for previamente realizada, é possível reduzir custos diminuindo o emprego dos dados externos necessários para avaliação do conjunto de dados. Por não exigir dados externos, a avaliação da acurácia relativa é um processo que permite uma automatização maior do que a avaliação da acurácia

absoluta. Dependendo do grau de automação, é possível avaliar uma grande quantidade de dados num intervalo curto de tempo, quando comparado aos métodos convencionais. O grande volume de dados gerados pelo LiDAR torna o processo de automação uma tarefa desafiadora e que merece atenção da comunidade científica.

Dentro desse contexto, o presente trabalho propõe um método automático para o controle da qualidade posicional relativa de dados LiDAR aerotransportado combinando feições pontuais, lineares e superfícies planas. O método proposto permite avaliar a qualidade relativa da nuvem de pontos LiDAR através da comparação de feições correspondentes extraídas em faixas adjacentes. As principais contribuições deste método estão baseadas na avaliação simultânea da acurácia relativa altimétrica e planimétrica e no alto nível de automação do processo. Além disso, foi proposto um método de filtragem que permite a extração de superfícies planas confiáveis, possibilitando o desenvolvimento de uma variante do método ICP (*iterative closest point*) para ser empregada na avaliação da acurácia posicional.

1.2 ESTADO DA ARTE

Na última década foram propostas abordagens alternativas para o controle de qualidade posicional dos dados LiDAR, sem depender da pré-sinalização de alvos e de levantamentos em campo. Em geral, as alternativas encontradas consistiram em avaliar a precisão dos dados através da comparação de feições correspondentes extraídas automaticamente em faixas LiDAR adjacentes. Neste contexto, diversos métodos foram propostos pela comunidade fotogramétrica, abordando técnicas de ajustamento de faixas, registro de nuvem de pontos 3D e calibração (CSANIY e TOTH, 2007).

Diferentes primitivas geométricas foram empregadas nos métodos supracitados, tais como feições pontuais, lineares e superfícies planas. O principal objetivo desses métodos é minimizar o somatório da distância entre feições correspondentes extraídas na área de sobreposição entre faixas LiDAR adjacentes, baseando-se no princípio de que, na ausência de erros, as primitivas correspondentes devem coincidir perfeitamente (HABIB *et al.*, 2010).

Os primeiros trabalhos publicados sobre o assunto são relacionados à calibração e ao ajustamento de faixas. Os resultados provenientes desses métodos são importantes subsídios para avaliação da acurácia. Killian *et al.* (1996) apresentaram um método que concatena faixas adjacentes de forma análoga ao que é realizado na fototriangulação, ou seja, empregando pontos homólogos. O problema dessa abordagem reside no fato de que a identificação de pontos homólogos numa nuvem de pontos 3D não apresenta confiabilidade comparável com a identificação de pontos em imagens.

Crombaghs *et al.* (2000) propuseram um método de ajustamento de faixas para reduzir discrepâncias altimétricas entre faixas adjacentes. Entretanto, o procedimento não contempla o tratamento dos erros planimétricos, consideravelmente superiores aos erros altimétricos. Pfeifer *et al.* (2005) realizam a detecção de superfícies planas horizontais correspondentes para realizar o ajustamento de faixas. Os planos são extraídos de uma faixa e o fecho convexo de cada plano é empregado para selecionar os pontos correspondentes a esse plano nas faixas adjacentes. Através desses planos os erros altimétricos podem ser estimados, permitindo o ajustamento altimétrico de faixas. Friess (2006) empregou planos correspondentes em faixas adjacentes para estimar correções diretamente nas observações (medição da distância, ângulo, posição do GNSS e atitude do inercial). Os parâmetros do plano são estimados previamente e mantidos fixos durante o processo de ajustamento de observações. Skaloud e Lichti (2006) realizaram a estimação simultânea dos parâmetros do plano e calibração através de um ajustamento combinado não linear. Já Rentsch e Krzystek (2012) apresentam um método de ajustamento de faixas com 5 parâmetros que utiliza pontos 2D e 3D extraídos a partir da interseção de linhas de cumeadas. Os parâmetros são obtidos através de um ajustamento combinado empregando pontos de controle e *tie-points* extraídos a partir da interseção de linhas de cumeada.

Em relação à avaliação da qualidade posicional de dados LiDAR, existem trabalhos que realizam a avaliação da acurácia relativa e outros que avaliam apenas a acurácia absoluta. A avaliação da acurácia absoluta é realizada através da comparação com dados externos obtidos através de uma fonte mais precisa de dados. Csaniy e Toth (2007) empregaram alvos específicos em voos pré-sinalizados. Com isso conseguiram estimar com sucesso a acurácia planimétrica e altimétrica de dados LiDAR. Os autores também ressaltam que mesmo uma

cuidadosa calibração do sistema LiDAR não elimina totalmente os erros, os quais podem ser constatados nas discrepâncias existentes entre as faixas adjacentes ou em relação às superfícies de controle. Grande parte desses erros pode ser corrigida através do ajustamento de faixas, restando apenas os erros do sistema de posicionamento que não podem ser totalmente eliminados sem a introdução de um controle absoluto. Já Toth *et al.* (2008) afirmaram que embora a solução de Csaniy e Toth (2007) apresente excelentes resultados, é limitada por fatores econômicos, já que a confecção, locação e rastreamento das coordenadas dos alvos demanda tempo e recursos financeiros. Para evitar a realização de um voo pré-sinalizado, os autores sugeriram empregar as marcações do pavimento de rodovias como controle de campo. Tais marcações são abundantes em áreas urbanas e ao longo de corredores viários, com a vantagem adicional de poderem ser facilmente medidas através de levantamentos geodésicos. No entanto, o quesito custo ainda está presente no processo de avaliação, sendo necessária a obtenção de dados externos precisos.

Alguns autores buscaram alternativas baseadas na avaliação da acurácia relativa, através do emprego de feições correspondentes extraídas automaticamente em faixas adjacentes. O conceito fundamental desta abordagem reside no fato de que elementos conjugados deveriam coincidir perfeitamente na ausência de erros.

Vosselman (2008) analisou a acurácia planimétrica através de linhas de cumeada extraídas por interseção de planos, os quais são obtidos pela transformada de Hough 3D combinado com o algoritmo de crescimento de região. Cada linha extraída fornece a informação da componente do deslocamento perpendicular à linha reta. Neste caso, quando a interseção de planos gera uma linha horizontal, é possível separar as componentes altimétrica e planimétrica do deslocamento entre faixas. Para estimar o erro planimétrico, a posição do centro de cada linha horizontal de uma faixa é comparada em relação à sua linha homóloga na faixa adjacente. Essas linhas provêm da interseção de planos devidamente ajustados, sendo rigidamente reconstruídas. Neste trabalho foram analisados três blocos com 200 a 250 milhões de pontos e foi concluído que um deslocamento constante entre faixas corrige grande parte dos deslocamentos entre linhas homólogas extraídas de faixas adjacentes. Este método foi automatizado e aplicado por Vosselman (2012) numa região de 100 mil hectares com cerca de 20 bilhões de pontos.

Habib *et al.* (2010) testaram quatro métodos para avaliação da acurácia relativa de faixas adjacentes: o método ICP, o método ICPatch (*iterative closest*

patch), um método baseado em feições lineares conjugadas e um método baseado em feições planares conjugadas. Os autores concluíram que com exceção do ICP, todos os métodos proporcionam uma estimativa adequada dos erros. Os autores recomendaram o uso do ICPatch, pois esse procedimento é rápido, não é sensível à densidade de pontos, é o que menos depende das características do espaço objeto e exige mínima interação com o usuário. Cabe ressaltar que estas características fazem do ICPatch uma alternativa para avaliação de dados extraídos a partir de áreas não urbanizadas. O método consiste em criar uma TIN (*triangular irregular network*) numa faixa e iterativamente reduzir as distâncias dos pontos da faixa adjacente a esta TIN. Os autores também ressaltaram que apenas o ICP é sensível à densidade de pontos do conjunto de dados. Por outro lado, Sande *et al.* (2010) afirmaram que a desvantagem do ICPatch é que nem sempre uma TIN é adequada para representar superfícies reais.

No trabalho de Sande *et al.* (2010), foram empregados planos extraídos na região de sobreposição entre faixas para estimar erros sistemáticos e aleatórios. Tais planos foram obtidos pelo ajustamento robusto de planos empregando o algoritmo RANSAC (*Random Sample Consensus*). O modelo apresentado incorpora um grande número de observações confiáveis de distância entre ponto e plano numa estimação por mínimos quadrados. Caso as faixas não possam ser ajustadas apenas por uma translação 3D, uma transformação afim pode ser estimada. A vantagem deste método é que os parâmetros podem ser obtidos através de um ajustamento paramétrico linear, ou seja, são determinadas de uma única vez, sem necessidade de iterações, valores iniciais e linearização do modelo.

Na busca da obtenção de parâmetros de rotação sem recorrer a modelos de ajustamento não linear, há relevantes contribuições de trabalhos relacionados ao registro de nuvem de pontos. Besl e McKay (1992) empregaram o algoritmo ICP para o registro de nuvem de pontos. Esse algoritmo baseia-se no método proposto por Horn (1987), que obtém os parâmetros de rotação através do uso de quatérnios, através da minimização da distância entre pontos correspondentes. O método foi testado por Habib *et al.* (2010) na avaliação da acurácia relativa e não apresentou bons resultados, atribuídos a ausência de correspondência entre os pontos pseudo-conjugados. No presente trabalho, a ausência de correspondência foi solucionada empregando pontos e planos correspondentes.

De modo geral, os trabalhos supracitados não abordam a avaliação conjunta da acurácia relativa planimétrica e altimétrica. Os primeiros trabalhos avaliam apenas a acurácia altimétrica enquanto trabalhos mais recentes avaliam apenas a acurácia planimétrica. O presente trabalho propõe um método automático que realiza a avaliação conjunta da acurácia altimétrica e planimétrica.

1.3 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral desta pesquisa consiste no desenvolvimento de uma metodologia de elevado grau de automação para avaliação da acurácia relativa de dados LiDAR.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos a serem atingidos são os seguintes:

- a) desenvolver um método automático de extração de feições planares a partir de nuvem de pontos 3D;
- b) avaliar o desempenho do método de extração de feições lineares e planares na área de estudo;
- d) implementar a representação da rotação por quatérnios para estimativa dos parâmetros de rotação;
- c) desenvolver um método para avaliação da acurácia posicional que emprega diferentes primitivas geométricas (pontos, linhas retas e superfícies planas);
- e) Permitir a avaliação simultânea da acurácia relativa altimétrica e planimétrica;

1.5 JUSTIFICATIVA

Com o crescente emprego de dados LiDAR, novas metodologias devem ser desenvolvidas para avaliação da qualidade posicional de um grande volume de

dados. As empresas e os órgãos governamentais que utilizam as informações provenientes desses dados como meio de desenvolvimento social, econômico e político, necessitam de ferramentas práticas e robustas para avaliação da qualidade dos dados, de modo que possam ser empregados com eficiência. Além disso, o mercado nacional ainda exige métodos convencionais como meio de avaliação da qualidade posicional dos dados LiDAR, resultando em projetos morosos e de alto custo.

O método proposto apresenta alto grau de automação, permitindo a avaliação da acurácia relativa de um grande conjunto de dados a partir da definição de uma série de parâmetros. Essa característica implica na redução de custos, devido à mínima necessidade de intervenção humana, exigida apenas para definição dos parâmetros. Além disso, a comprovação de elevada acurácia relativa implica na redução da avaliação da acurácia absoluta, reduzindo a necessidade de dados externos e consequentemente resultando na diminuição de custos.

A presente pesquisa fornecerá subsídios para a elaboração de metodologias de baixo custo para avaliação da qualidade posicional de dados LiDAR, através da redução da necessidade de intervenção humana resultante da automatização do método.

1.6 CONTRIBUIÇÕES

O presente trabalho apresenta as seguintes contribuições:

- (a) Desenvolvimento de um método de filtragem baseado no algoritmo RANSAC, cuja aplicação prévia resulta no aumento da eficiência da extração de superfícies planas;
- (b) Desenvolvimento de uma variação do ICP que reduz a distância entre ponto e planos correspondentes, permitindo o emprego do mesmo para avaliação da acurácia posicional;
- (c) Avaliação da acurácia relativa altimétrica e planimétrica no mesmo processo.

1.7 ESTRUTURA E CONTEÚDO DO TRABALHO

A estrutura proposta consiste de quatro capítulos. No Capítulo 1 são apresentadas a Introdução, os Objetivos a serem atingidos e a justificativa da presente proposta. No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica dos principais conceitos utilizados no presente trabalho. No Capítulo 3 são descritos os recursos utilizados e a metodologia proposta. No Capítulo 4 são apresentados os resultados dos experimentos realizados juntamente com as devidas discussões. Já o Capítulo 5 apresenta as considerações finais e as recomendações para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 SISTEMA DE VARREDURA LASER AEROTRANSPORTADO

O sistema LiDAR é um sistema de sensoriamento remoto ativo que determina as coordenadas tridimensionais de pontos sobre a superfície terrestre por meio da geração, emissão e captura de pulsos LASER, integrados com dados GNSS e INS (WEHR e LOHR, 1999).

Segundo Vosselman e Maas (2010), no início da década de 70 o sistema de varredura LASER aerotransportado era capaz de medir distâncias entre a aeronave e alvos terrestres com uma precisão melhor do que 1 m. Contudo, o uso desse sistema não foi difundido no mapeamento topográfico por duas razões:

- (a) É necessário conhecer a posição vertical da aeronave num nível de precisão comparável a capacidade do sistema LiDAR; e
- (b) A posição horizontal do ponto medido também deveria ser conhecida.

A disponibilidade do GPS (*Global Positioning System*) no final da década de 80, bem como a evolução desta tecnologia nos anos 90, permitiu uma acurácia altimétrica na ordem de 10 cm e planimétrica na ordem de 50 cm. Além disso, os perfiladores LASER que eram empregados até o fim da década de 80 foram substituídos por dispositivos de varredura que geravam de 5 mil a 10 mil pulsos por segundo.

O cálculo da distância ρ feito por um sensor LASER baseia-se no princípio do tempo de emissão e recepção do pulso. A velocidade de propagação é uma das propriedades fundamentais da luz. Num determinado meio, a luz viaja com uma velocidade finita e constante igual c . A Equação 1 representa o cálculo da distância em função do tempo de propagação do pulso (Todas as equações da Seção 2.1 constam em Vosselman e Maas (2010)):

$$\rho = \frac{c \tau}{n 2} \quad (1)$$

onde:

ρ : distância entre o alvo e o sensor LASER;

c : velocidade de propagação da luz no vácuo (299.792.458 m/s);

n : índice de refração do meio, que depende da temperatura, pressão e humidade ($n \approx 1,00025$ no ar); e

τ : tempo de propagação do pulso.

Devido aos múltiplos retornos provocados por diferentes superfícies, pode ser medido mais do que um retorno. Um sistema de varredura LASER aerotransportado geralmente captura o primeiro e o último retorno, sendo que muitos sistemas são capazes de registrar quatro a cinco ecos separadamente. Atualmente existem sensores que armazenam a forma completa da onda de retorno. A Figura 1 ilustra a captura de múltiplos retornos. Na forma da onda completa, pode ser verificada a existência de quatro pulsos distintos.

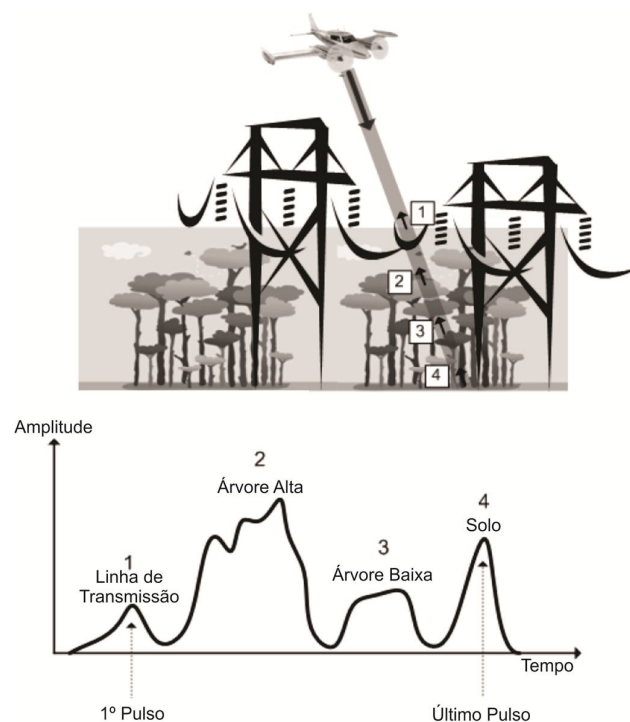


FIGURA 01 – MÚLTIPLOS RETORNOS DE UM PULSO LASER
FONTE: Adaptado de BANG (2010)

Para uma nuvem de pontos recobrir uma superfície a partir de um único dispositivo LASER, é necessário realizar uma varredura em duas direções. No

sistema LiDAR, o próprio movimento da aeronave faz o papel de realizar a varredura no sentido de voo. Um espelho realiza a varredura no sentido perpendicular à trajetória de voo. A Figura 2 ilustra o mecanismo realizado por um espelho oscilante.

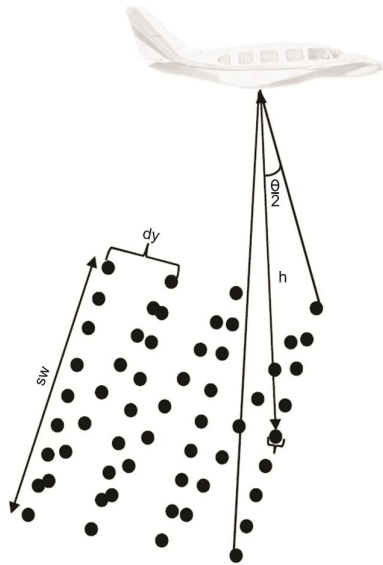


FIGURA 02 – VARREDURA LASER COM ESPELHO OSCILANTE
FONTE: Adaptado de KERSTING (2011)

Esse mecanismo apresenta um padrão zigue-zague, sendo que a distância entre as linhas de varredura dy é dada por:

$$dy = vt_s = \frac{v}{f_s} \quad (2)$$

onde:

v : velocidade da aeronave;

t_s : período da varredura – ida e volta do espelho; e

f_s : frequência de varredura.

Já a largura da faixa sw é dada por:

$$sw = 2h \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3)$$

onde:

h : altura do vôo; e

θ : ângulo de varredura.

Uma das principais características de um sistema de varredura LASER aerotransportado consiste na frequência de repetição de pulsos (PRF – *Pulse Repetition Frequency*). Atualmente existem sistemas que atingem valores na ordem de 300 kHz (emissão de 300.000 pulsos por segundo). Quanto maior for a quantidade de pulsos, maior é a densidade da nuvem de pontos.

A densidade média D_M de uma nuvem de pontos pode ser calculada a partir da Equação 4.

$$D_M = \frac{N_p}{A} = \frac{PRF \cdot t}{sw \cdot v \cdot t} = \frac{PRF}{sw \cdot v} \quad (4)$$

onde:

N_p : número de pontos; e

A : área recoberta.

2.1.1 Composição do sistema LiDAR aerotransportado

Segundo Csaniy e Toth (2007), os dados lidar aerotransportados são obtidos através de uma plataforma multi-sensor complexa que engloba sensores GNSS e INS, além do dispositivo de varredura LASER. A varredura LASER aerotransportada pode ser realizada a partir de um helicóptero ou de uma aeronave de asa fixa. O sistema é composto principalmente por dois componentes, a saber:

(a) Dispositivo de varredura LASER: esse dispositivo é montado sobre uma abertura na fuselagem da aeronave. Envia diversos pulsos (de acordo com a taxa de repetição de pulso LASER) durante o voo. A densidade de pontos medidos no terreno pode variar de 0,2 a 50 pontos/m², de acordo com a velocidade e com a altura de voo. A precisão da medição da distância é superior a 2 cm nos sistemas mais avançados.

(b) Sistema de posicionamento e orientação: composto por GNSS e INS, que determinam dados de aceleração e posição da aeronave. Além da estação GNSS da aeronave, o sistema é auxiliado por estações GNSS terrestres que permitem o pós-processamento. Como o sistema inercial apresenta uma taxa de amostragem superior a do GNSS, os dados de aceleração são empregados na interpolação dos dados GNSS.

Para integrar os dados provenientes do dispositivo de varredura LASER, GNSS e INS, é necessário conhecer as relações espaciais entre cada componente. Além disso, os sistemas devem estar perfeitamente sincronizados, tendo em vista que cada componente gera dados numa frequência distinta.

A relação espacial entre as componentes é modelada através das transformações entre os sistemas de coordenadas dos diversos componentes. Os parâmetros de translação entre cada componente são determinados através da medição exata entre as origens dos vários sistemas (antena do GNSS, inercial e dispositivo de escaneamento). Os ângulos de desalinhamento entre os sistemas são obtidos através de procedimentos de calibração (SHAN e TOTH, 2008).

2.1.2 Modelo matemático e erros

As coordenadas de um ponto LiDAR resulta da combinação de medidas realizadas por cada componente do sistema. Como pode ser visto na Equação 5, a posição consiste na soma de três vetores, após a aplicação das rotações necessárias para compatibilização dos sistemas, como segue (SHAN e TOTH, 2008):

$$\vec{X}_P = \vec{X}_I + R_{INS}\vec{X}_O + R_{INS}R_BR_V\vec{X}_L \quad (5)$$

onde:

\vec{X}_P : coordenada do ponto LiDAR em relação ao referencial terrestre;

\vec{X}_I : coordenada terrestre da origem do sistema inercial;

\vec{X}_O : deslocamento entre a origem do inercial e a origem do dispositivo de varredura LASER (*lever-arm offset*);

$\vec{X}_L = [0 \ 0 \ -\rho]^T$: distância entre o alvo e a origem do dispositivo de varredura;

R_{INS} : matriz de rotação que relaciona o sistema de coordenada terrestre com o sistema de coordenadas do inercial (ângulos ω, φ, κ);

R_B : matriz de rotação que representa o desalinhamento entre os sistemas de coordenadas do inercial e o sistema de coordenadas do dispositivo de varredura (*bore-sight angles* $\Delta\omega, \Delta\varphi, \Delta\kappa$); e

R_V : matriz de rotação que aplica o ângulo do espelho oscilante na medida de distância do dispositivo de escaneamento (ângulo θ).

A Figura 3 ilustra a relação entre cada componente da Equação 5. Todos os valores envolvidos são mensurados durante o processo de aquisição dos dados, com exceção dos parâmetros de montagem (\vec{X}_O e R_B), que usualmente são obtidos na calibração do sistema.

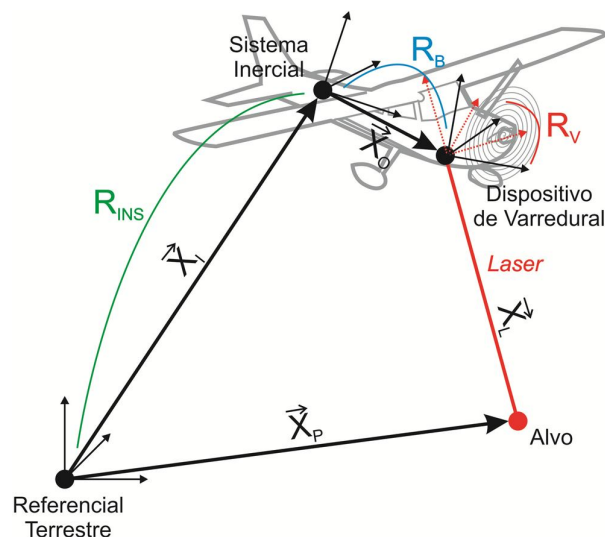


FIGURA 03 – RELAÇÃO ENTRE OS REFERENCIAIS
FONTE: Adaptado de HABIB *et al* (2010)

Segundo TOTH *et al.* (2008), os erros encontrados nos dados LiDAR são provenientes do desalinhamento na montagem e da falta de sincronização entre os diferentes sensores, bem como dos erros aleatórios e sistemáticos provenientes de cada sensor. Esses erros podem ser caracterizados como discrepâncias encontradas entre elementos presentes na área de sobreposição de faixas adjacentes ou quando comparados a superfícies de controle horizontais. Habib *et al* (2010) afirmam que os erros aleatórios dependem de cada um dos elementos que compõem o sistema. Já os erros sistemáticos são causados principalmente por erros nos parâmetros empregados na integração dos componentes do sistema, bem como por erros de calibração de cada um dos componentes.

O impacto dos erros aleatórios é analisado por simulação no trabalho de May e Toth (2007) através da lei de propagação de erros. Foram utilizados os valores de acurácia típicos de cada uma das seguintes fontes de erros:

(a) Posição do sistema de posicionamento: os erros não variam com a altura de voo;

(b) Ângulos de atitude do sistema de posicionamento: os erros apresentam um maior efeito na planimetria do que na altimetria. Quanto maior a altura do voo, maior são os erros planimétricos. Contudo os erros altimétricos independem da altura de voo;

(c) Medida do ângulo do dispositivo de varredura LASER: nas bordas das faixas, tanto a altimetria quanto a planimetria sofrem degradação da precisão. Na direção de varredura a degradação é pequena enquanto que na direção de voo e na vertical os erros aumentam mais.

Ao considerar todas as fontes de erro conjuntas, verifica-se que as mesmas provocam um impacto maior na acurácia planimétrica do que na altimétrica, especialmente em alturas de voo elevadas.

Já o impacto dos erros sistemáticos foi analisado por BANG (2010) através de uma simulação na qual foram incluídos erros sistemáticos nos parâmetros de montagem e na medição de distância e ângulo do dispositivo de varredura LASER. Foi verificado o impacto de cada um dos erros em pares de faixas adjacentes com sentidos de voo opostos. Os efeitos estão resumidos no Quadro 1.

Erros Sistemáticos	Altura de voo	Direção de voo	Direção de varredura
\vec{X}_0	- Independe;	- Planimétrico: depende. - Altimétrico: independe.	- Independe;
$\Delta\varphi$	- Depende;	- Planimétrico no sentido do voo: depende.	- Independe;
$\Delta\omega$	- Planimétrico no sentido do voo: depende. - Altimétrico: independe.	- Planimétrico na direção de varredura: depende. - Altimétrico: depende.	- Planimétrico na direção de varredura: independe. - Altimétrico: depende.
$\Delta\kappa$	- Independe	- Planimétrico na direção de voo: independe.	- Planimétrico na direção de voo: depende.
ρ	- Independe	- Planimétrico na direção de varredura: independe. - Altimétrico: independe.	- Planimétrico na direção de varredura: depende. - Altimétrico: depende.
θ	- Depende	- Planimétrico na direção de varredura: independe. - Altimétrico: independe.	- Planimétrico na direção de varredura: depende.

QUADRO 01 – EFEITO DOS ERROS SISTEMÁTICOS

FONTE: Adaptado de BANG (2010)

2.2 Algoritmo RANSAC

O algoritmo RANSAC foi desenvolvido por Fischler e Bolles (1981). Consiste num método para estimação de parâmetros de um modelo a partir de um conjunto de dados que apresenta uma grande quantidade de *outliers*. O RANSAC é baseado na noção de conjuntos mínimos, que consiste no menor número de amostras necessárias para definir um modelo de maneira unívoca. Por exemplo, para modelar uma reta são necessários dois pontos. Já na modelagem de um plano, o conjunto mínimo é igual a três. De maneira geral, esse algoritmo é composto por dois passos realizados iterativamente:

- Estabelecimento da hipótese: um conjunto mínimo de pontos é aleatoriamente selecionado a partir de todo conjunto de dados disponível; e
- Teste: o algoritmo verifica quais elementos de todo conjunto de dados que são consistentes com o modelo estabelecido pelo conjunto mínimo. Os elementos consistentes formam um conjunto chamado de consenso.

Após a realização de todas as iterações, o modelo adotado corresponde ao modelo estabelecido pelo conjunto mínimo que apresentar o maior conjunto consenso. A Figura 4 ilustra duas iterações do RANSAC para o cálculo de uma reta.

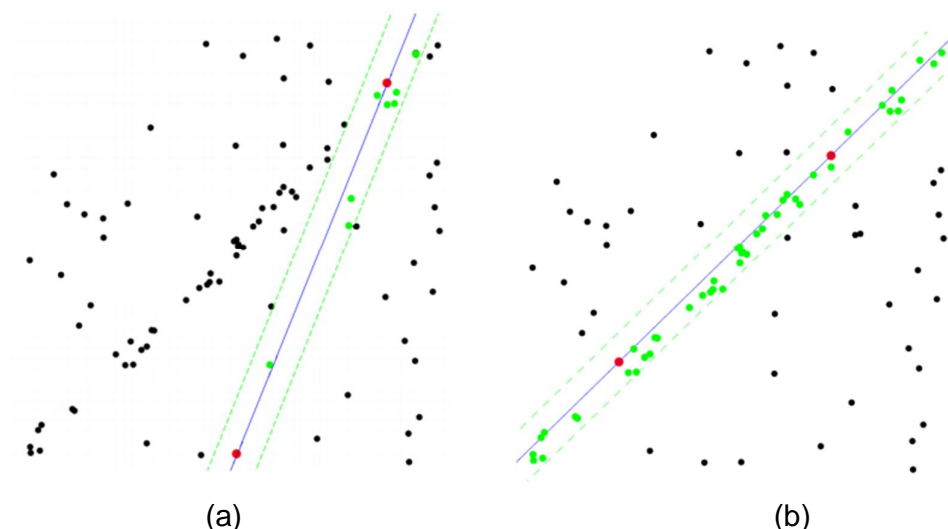


FIGURA 04 – ITERAÇÕES DO RANSAC NA OBTENÇÃO DE RETAS
FONTE: MATAS (2011)

Na Figura 4, os pontos vermelhos representam o conjunto mínimo que define a reta (linha azul). As linhas verdes tracejadas paralelas à reta delimitam a

região dentro da qual os pontos serão considerados *inliers*. A distância dessas linhas verdes tracejadas é baseada no valor da tolerância previamente estabelecida. Se o ponto apresentar uma distância superior à da tolerância, é considerado como *outlier* (pontos pretos). Caso contrário, o ponto é considerado como *inlier* e é adicionado ao conjunto consenso (pontos verdes). Essa figura representa duas iterações distintas, sendo que na imagem da esquerda (Figura 4a), o conjunto consenso apresenta apenas 8 elementos, enquanto que na imagem da direita (Figura 4b), apresenta 44 elementos. O maior número de *inliers* presentes no modelo estabelecido na imagem da direita indica que este modelo é mais adequado do que o modelo definido pelo conjunto mínimo da imagem da esquerda.

Na prática, o conjunto consenso realiza a detecção de *outliers* que proporciona a robustez do algoritmo. Ao particionar o conjunto de dados em *inliers* e *outliers*, o algoritmo permite a eliminação dos valores que não estão adequados ao modelo. O algoritmo apresenta dois parâmetros críticos: o valor definido para tolerância ε bem como o número t de conjuntos mínimos que devem ser processados para encontrar a solução.

O valor da tolerância depende da magnitude dos erros, que pode ser obtida nas especificações técnicas do sistema LiDAR. Quanto maior a magnitude, maior deve ser a tolerância. Uma tolerância muito alta (na ordem de 1 m) resulta na inclusão de muitos *outliers* no conjunto consenso, afetando a qualidade da solução. Por outro lado, uma tolerância muito baixa (na ordem de 5 cm) resulta num conjunto consenso reduzido, não incluindo todos *inliers*. Nesse caso, a solução pode ser dividida em dois conjuntos. Além disso, aumenta a possibilidade de um conjunto mínimo incorreto apresentar o conjunto consenso maior.

O cálculo de t pode ser feito pela distribuição binomial. Essa distribuição é aplicada quando (MONTGOMERY, 2012):

- (a) As tentativas são independentes;
- (b) Cada tentativa resulta somente em dois resultados: sucesso ou falha;
- (c) A probabilidade p de sucesso em cada tentativa permanece constante.

De acordo com Montgomery (2012), a função de probabilidade da distribuição binomial é dada pela Equação 6, a saber:

$$f(x = k) = \binom{t}{k} p^k (1 - p)^{t-k} \quad (6)$$

onde:

t : número de tentativas;

k : número de tentativas que resultam em sucesso; e

p : probabilidade de sucesso em cada tentativa.

O cálculo pode ser ilustrado pelo seguinte exemplo: deseja-se obter um plano a partir de um conjunto de 100 pontos onde 40 deles são considerados *outliers*. Deve ser calculada a quantidade de iterações necessárias para selecionar pelo menos um conjunto mínimo livre de *outliers* com 99% de probabilidade.

A probabilidade de escolher um ponto que seja *outlier* na seleção do primeiro ponto é igual a 40%. Logo a probabilidade de escolher um *inlier* é o complemento, ou seja, 60%. O conjunto mínimo é composto por 3 pontos e um mesmo ponto não pode ser selecionado mais de uma vez para compor o conjunto mínimo, caracterizando uma seleção aleatória sem reposição. De acordo com Montgomery (2012), a probabilidade da seleção dos pontos segue uma distribuição hipergeométrica, que apresenta a função apresentada pela equação 7:

$$f(X) = \frac{\binom{K}{X} \binom{N-K}{n-X}}{\binom{N}{n}} \quad (7)$$

onde:

X : número de sucessos da amostra;

K : número de pontos classificados como *inliers*;

n : número de pontos selecionados; e

N : número total de pontos.

No problema apresentado, dos 100 pontos (N), dos quais 60 são considerados *inliers* (K), serão selecionados 3 pontos (n). Deseja-se calcular a probabilidade de que todos os 3 pontos selecionados sejam *inliers* (X). No problema apresentado, n é igual a X e ambos são iguais a 3, possibilitando a simplificação da Equação 7.

$$f(3) = \frac{\binom{K}{3}}{\binom{N}{3}} = \frac{K!(N-3)!}{N!(K-3)!} \quad (8)$$

Deste modo, é possível calcular a probabilidade de selecionar aleatoriamente e sem reposição 3 *inliers* num universo de N pontos, dos quais K são considerados *inliers*. Cabe ressaltar que para conjuntos com um número grande de pontos, pode ser feita a seguinte aproximação:

$$\frac{\binom{K}{3}}{\binom{N}{3}} \approx \left(\frac{K}{N}\right)^3 \quad (9)$$

Para o problema apresentado, $f(3) = 0,216$. Esse valor refere-se à probabilidade p da Equação 6. Calcular a probabilidade de ter pelo menos um sucesso na distribuição binomial é uma tarefa dispendiosa, já que consiste em calcular a distribuição para cada valor possível de k , conforme pode ser visto na Equação 10, como segue:

$$f(x > 1) = 0,99 = f(x = 1) + f(x = 2) + \dots + f(x = t) \quad (10)$$

Neste caso, é conveniente calcular a probabilidade complementar, ou seja, a probabilidade de não selecionar nenhum conjunto composto apenas por *inliers*. A Equação 9 passa a ter a seguinte forma:

$$f(x > 1) = 1 - f(x = 0) \rightarrow f(x = 0) = 1 - 0,99 \rightarrow f(x = 0) = 0,01 \quad (11)$$

Em seguida, aplica-se o valor de p obtido e o resultado da Equação 8 na Equação 6.

$$\begin{aligned} 0,01 &= f(x = 0) = \binom{t}{0} \cdot 0,216^0 (1 - 0,216)^{t-0} \\ 0,01 &= (1 - 0,216)^t \\ t &= \frac{\log 0,01}{\log 0,784} = 18,924 \end{aligned} \quad (12)$$

Como t deve ser um número inteiro, arredonda-se para o valor mais alto. Com 19 conjuntos mínimos selecionados aleatoriamente, existe 99% de probabilidade de selecionar pelo menos um conjunto contendo somente *inliers*. O cálculo pode ser ilustrado de modo mais genérico pela Equação 13.

$$t = \frac{\log(1-z)}{\log\left[1 - \frac{K!(N-c)!}{N!(K-c)!}\right]} \quad (13)$$

onde:

t : número de tentativas;

z : probabilidade de obter uma amostra livre de *outliers*;

K : número de *inliers*;

N : número total de pontos; e

c : cardinalidade do conjunto mínimo (no caso do plano é igual a 3).

Vale ressaltar que a solução pode ser refinada através de um ajustamento pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) empregando os dados contidos no conjunto consenso.

2.3 QUATÉRNIOS

Os quatérnios foram descobertos em 1843 por William Hamilton com o objetivo de se obter no espaço a mesma relação que existe no plano entre rotações e números complexos. Através dos quatérnios, foi possível introduzir em \mathbb{R}^4 uma estrutura algébrica semelhante à dos números complexos em \mathbb{R}^2 (GOMES e VELHO, 2003).

O quatérnio pode ser interpretado como um número complexo no qual a parte imaginária apresenta três dimensões. A Equação 14 ilustra um quatérnio. Todas equações da Seção 2.4 constam em Horn (1987) .

$$\vec{q} = q + \vec{q} = q + q_x \vec{i} + q_y \vec{j} + q_z \vec{k} = [q \quad q_x \quad q_y \quad q_z]^T \quad (14)$$

onde:

\vec{q} : quatérnio;

q : parte real (escalar); e

$\vec{q} = [q_x \ q_y \ q_z]^T$: parte imaginária (vetorial); e

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ = imaginários principais.

Em seguida serão apresentadas algumas definições relacionadas à quatérnios.

- Conjugado: $\bar{q} = q - \vec{q} = q - q_x \vec{i} - q_y \vec{j} - q_z \vec{k} = [q \ -q_x \ -q_y \ -q_z]^T$

- Norma: $\|\vec{q}\| = \sqrt{\vec{q} \bar{q}} = \sqrt{q^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2}$

- Inverso do quatérnio: $\vec{q}^{-1} = \frac{\bar{q}}{\|\vec{q}\|^2}$

Quando a norma de um quatérnio é igual a um, o mesmo é chamado de quatérnio unitário. Quando um quatérnio não apresenta parte real o mesmo é denominado quatérnio puro. A adição (ou subtração) entre quatérnios consiste na soma (ou subtração) entre cada um dos elementos do quatérnios, conforme consta na Equação 14, a saber:

$$\vec{q} \pm \vec{p} = q \pm p + \vec{q} \pm \vec{p} = q \pm p + (q_x \pm p_x)\vec{i} + (q_y \pm p_y)\vec{j} + (q_z \pm p_z)\vec{k} \quad (15)$$

Enquanto o produto de quatérnios satisfaz as regras fundamentais introduzidas por Hamilton, como segue:

$$\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = \vec{i}\vec{j}\vec{k} = -1$$

$$\vec{i}\vec{j} = \vec{k} = -\vec{j}\vec{i}$$

$$\vec{j}\vec{k} = \vec{i} = -\vec{k}\vec{j}$$

$$\vec{k}\vec{i} = \vec{j} = -\vec{i}\vec{k}$$

O produto entre as componentes da parte vetorial (imaginária) é igual ao produto vetorial. A partir dessa definição, o produto de quatérnios pode ser representado pela Equação 16.

$$\vec{p}\vec{q} = pq - \vec{p} \cdot \vec{q} + p\vec{q} + q\vec{p} + \vec{p} \times \vec{q} \quad (16)$$

O produto de quatérnios pode ser também escrito matricialmente. Seja $\dot{\mathbf{p}} = [w \ x \ y \ z]^T$ e $\dot{\mathbf{q}} = [a \ b \ c \ d]^T$, o produto $E_{\dot{\mathbf{p}}}(\dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{p}}\dot{\mathbf{q}}$ é considerado o produto à esquerda de $\dot{\mathbf{p}}$ por $\dot{\mathbf{q}}$, sendo definido pela seguinte matriz:

$$E_{\dot{\mathbf{p}}}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} w & -x & -y & -z \\ x & w & -z & y \\ y & z & w & -x \\ z & -y & x & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (17)$$

Já o produto $D_{\dot{\mathbf{p}}}(\dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{p}}$ é considerado o produto à direita de $\dot{\mathbf{p}}$ por $\dot{\mathbf{q}}$, sendo definido pela seguinte matriz:

$$D_{\dot{\mathbf{p}}}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} w & -x & -y & -z \\ x & w & z & -y \\ y & -z & w & x \\ z & y & -x & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (18)$$

2.3.1 Representação de Rotações por Quatérnios

Os quatérnios permitem representar uma rotação através de um eixo \vec{v} e de um ângulo de rotação θ aplicado sobre esse eixo. Essa representação baseia-se no seguinte teorema: “uma rotação de ângulo 2θ em torno de um eixo definido por um vetor unitário \vec{v} é representada por $\varphi_q(\mathbf{p}) = \dot{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{p}}\bar{\dot{\mathbf{q}}}$, onde $\dot{\mathbf{q}} = \cos(\theta) + \vec{v}\sin(\theta)$ ” (GOMES e VELHO, 2003).

Nesse teorema, \mathbf{p} representa um elemento de \mathbb{R}^3 (ponto ou vetor) que será rotacionado. Como $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ mas o teorema envolve produto de quatérnios, \mathbf{p} passa a ser considerado um quatérnio puro, ou seja, um quatérnio cuja parte escalar é igual a zero. Com isso, dado que $\mathbf{p} = [a \ b \ c]^T$, $\dot{\mathbf{p}} = 0 + \vec{p} = [0 \ a \ b \ c]^T$.

Considerando $\dot{\mathbf{q}} = [w \ x \ y \ z]^T$ unitário, a rotação $\varphi_q(\mathbf{p})$ pode ser escrita na forma matricial, empregando as Equações 17 e 18. Como o produto de quatérnios é associativo, a ordem das multiplicações dessas matrizes não interfere no resultado.

$$\varphi_q(\mathbf{p}) = \dot{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{p}}\bar{\dot{\mathbf{q}}} = E_{\dot{\mathbf{q}}}D_{\bar{\dot{\mathbf{q}}}}\dot{\mathbf{p}} = D_{\bar{\dot{\mathbf{q}}}}E_{\dot{\mathbf{q}}}\dot{\mathbf{p}}$$

$$\varphi_q(\mathbf{p}) = E_q D_{\bar{q}} \dot{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} w & -x & -y & -z \\ x & w & -z & y \\ y & z & w & -x \\ z & -y & x & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w & x & y & z \\ -x & w & -z & y \\ -y & z & w & -x \\ -z & -y & x & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\varphi_q(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w^2 + x^2 - y^2 - z^2 & 2(xy - wz) & 2(xz + wy) \\ 0 & 2(xy + wz) & w^2 - x^2 + y^2 - z^2 & 2(yz - wx) \\ 0 & 2(xz - wy) & 2(yz + wx) & w^2 - x^2 - y^2 + z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

A multiplicação apresentada na Equação 19 apresenta resultado análogo à multiplicação de $\mathbf{p} = [a \ b \ c]^T$ pela matriz de rotação \mathbf{R} 3x3.

$$\varphi_q(\mathbf{p}) = \mathbf{R}\mathbf{p} = \begin{bmatrix} w^2 + x^2 - y^2 - z^2 & 2(xy - wz) & 2(xz + wy) \\ 2(xy + wz) & w^2 - x^2 + y^2 - z^2 & 2(yz - wx) \\ 2(xz - wy) & 2(yz + wx) & w^2 - x^2 - y^2 + z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

2.4 ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

De acordo com Johnson e Wichern (2007), a Análise de Componentes Principais (ACP) procura explicar a estrutura de variância-covariância de um conjunto de variáveis através de combinações lineares não correlacionadas dessas variáveis. Seu objetivo geral consiste na redução de dados e na sua interpretação. Embora todas as componentes sejam necessárias para reproduzir a variabilidade total do sistema, grande parte dessa variabilidade frequentemente pode ser explicada por um número menor de componentes principais. Além disso, a ACP frequentemente revela relações previamente desconhecidas entre as variáveis, permitindo interpretações adicionais.

Algebricamente as componentes principais são combinações lineares das variáveis aleatórias. Geometricamente estas combinações lineares representam a seleção de um novo sistema de coordenadas obtido por rotação do sistema original. Os novos eixos representam as direções com variabilidade máxima e fornecem uma descrição mais simples da estrutura de covariância.

A ACP depende exclusivamente da matriz variância-covariância, que no caso de um conjunto de pontos com coordenadas (X,Y,Z) apresenta o seguinte formato, a saber:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{XZ} & \sigma_{YZ} & \sigma_Z^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

onde:

σ_i^2 : variância da coordenada i; e

σ_{ij} : covariância entre as variáveis i e j.

A matriz Σ é simétrica e apresenta autovalores reais. Suas componentes principais são variáveis não correlacionadas que apresentam as maiores variâncias possíveis. Considerando $\mathbf{p} = [X \ Y \ Z]^T$ um ponto qualquer representados por três variáveis aleatórias (X, Y e Z), as componentes principais são definidas pelas seguintes combinações lineares, como segue (JOHNSON e WICHERN, 2007):

$$\begin{aligned} Y_1 &= \vec{e}_1^T \mathbf{p} = e_{11}X + e_{21}Y + e_{31}Z \\ Y_2 &= \vec{e}_2^T \mathbf{p} = e_{12}X + e_{22}Y + e_{32}Z \\ Y_3 &= \vec{e}_3^T \mathbf{p} = e_{13}X + e_{23}Y + e_{33}Z \end{aligned}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{Cp} \quad (21)$$

A primeira componente principal (Y_1) é a combinação linear que apresenta variância máxima para $\vec{e}_1^T \mathbf{p}$, com a restrição de que \vec{e}_1 tenha norma unitária. Já a segunda componente principal (Y_2) é a combinação linear que maximiza a variância $\vec{e}_2^T \mathbf{p}$ com a restrição de que a norma \vec{e}_2 seja unitária e a covariância com Y_1 seja igual a zero. Por fim, Y_3 é a combinação linear que maximiza a variância $\vec{e}_3^T \mathbf{p}$ com a restrição de que a norma \vec{e}_3 seja unitária e também a covariância com Y_1 e Y_2 também seja igual a zero (JOHNSON e WICHERN, 2007).

Considerando que a matriz Σ apresenta autovalores $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0$, cada combinação linear Y_i é definida pelo autovetor \vec{e}_i associado ao autovalor λ_i . A componente principal Y_i apresenta a seguinte covariância:

$$\sigma_{Y_i}^2 = \vec{e}_i^T \Sigma \vec{e}_i = \lambda_i \quad (22)$$

Segundo o teorema dos extremos condicionados (ANTON e RORRES, 2010), o valor máximo da forma quadrática $\vec{e}_i^T \Sigma \vec{e}_i$ é atingido quando \vec{e}_i corresponde ao autovetor associado ao maior autovalor de Σ . Por outro lado, quando \vec{e}_i corresponde ao autovetor associado ao menor autovalor, o valor mínimo é atingido.

No caso de um conjunto de pontos que define uma superfície plana, a direção de menor variância coincide com a direção normal ao plano. Com isso, o par de autovalor e autovetor (λ_3, \vec{e}_3) corresponde a variância λ_3 ao longo do eixo \vec{e}_3 , que define a normal do plano. Quanto menor o valor de λ_3 , mais o conjunto de pontos se aproxima de uma superfície plana. Para um plano perfeito o valor de λ_3 é igual à zero.

2.5 Algoritmo ICP

O algoritmo ICP foi desenvolvido por Besl e Mckay (1992) com a finalidade de realizar o registro de nuvem de pontos 3D. Primeiramente, será apresentado nesta seção o método proposto por Horn (1987), cujo modelo matemático é a base para o ICP. Em seguida será descrito o método ICP básico e, na sequência, será apresentada algumas variações do método encontradas na literatura recente.

2.5.1 Método proposto por Horn

Horn (1987) desenvolveu um método que utiliza quatérnios para encontrar as relações entre dois sistemas de coordenadas a partir de pares de pontos correspondentes. Neste método, a origem do sistema de coordenadas de cada nuvem de pontos é transladada para o centroide da mesma. A realização desse deslocamento permite que o método seja realizado em 2 etapas, sendo que a primeira consiste no cálculo das rotações, empregando quatérnios, seguida do cálculo da translação.

Para realizar o registro entre dois conjuntos de pontos correspondentes (\mathbf{a} e \mathbf{b}), o método minimiza a seguinte função de erro:

$$e = \sum_i \|\mathbf{R}\mathbf{a}_i + \mathbf{t} - \mathbf{b}_i\|^2 \quad (23)$$

onde:

\mathbf{R} : matriz de rotação;

\mathbf{t} : translação;

\mathbf{a}_i : ponto i do conjunto \mathbf{a} ; e

\mathbf{b}_i : ponto i do conjunto \mathbf{b} homólogo ao ponto \mathbf{a}_i .

Primeiramente, são calculados os centroides de cada conjunto de pontos, como segue:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{a}} &= \frac{1}{n} \sum_i \mathbf{a}_i \\ \bar{\mathbf{b}} &= \frac{1}{n} \sum_i \mathbf{b}_i \end{aligned} \quad (24)$$

onde:

$\bar{\mathbf{a}}$: centroide do conjunto \mathbf{a} ;

$\bar{\mathbf{b}}$: centroide do conjunto \mathbf{b} ; e

n : número de pontos.

Em seguida, é realizada a translação da nuvem de pontos para o centroide.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}'_i &= \mathbf{a}_i - \bar{\mathbf{a}} \\ \mathbf{b}'_i &= \mathbf{b}_i - \bar{\mathbf{b}} \end{aligned} \quad (25)$$

onde:

\mathbf{a}'_i : ponto i do conjunto \mathbf{a} com coordenadas em relação ao centroide; e

\mathbf{b}'_i : ponto i do conjunto \mathbf{b} com coordenadas em relação ao centroide.

Após a translação, o somatório das coordenadas de cada nuvem de pontos passa a ser nulo, como segue:

$$\begin{aligned} \sum_i \mathbf{a}'_i &= \sum_i (\mathbf{a}_i - \bar{\mathbf{a}}) = \sum_i \mathbf{a}_i - \sum_i \bar{\mathbf{a}} = \sum_i \mathbf{a}_i - n\bar{\mathbf{a}} = \sum_i \mathbf{a}_i - n \frac{1}{n} \sum_i \mathbf{a}_i = 0 \\ \sum_i \mathbf{b}'_i &= \sum_i (\mathbf{b}_i - \bar{\mathbf{b}}) = \sum_i \mathbf{b}_i - \sum_i \bar{\mathbf{b}} = \sum_i \mathbf{b}_i - n\bar{\mathbf{b}} = \sum_i \mathbf{b}_i - n \frac{1}{n} \sum_i \mathbf{b}_i = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Desenvolvendo a Equação 23 e empregando os resultados encontrados na Equação 26 tem-se:

$$\begin{aligned}
 \sum_i \|R\mathbf{a}_i + \mathbf{t} - \mathbf{b}_i\|^2 &= \sum_i \|R(\mathbf{a}'_i + \bar{\mathbf{a}}) + \mathbf{t} - (\mathbf{b}'_i + \bar{\mathbf{b}})\|^2 = \sum_i \|(\mathbf{Ra}'_i - \mathbf{b}'_i) + (\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t})\|^2 = \\
 &= \sum_i \|\mathbf{Ra}'_i - \mathbf{b}'_i\|^2 + \sum_i \|(\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t})\|^2 + 2 \sum_i (\mathbf{Ra}'_i - \mathbf{b}'_i) \cdot (\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t}) = \\
 &= \sum_i \|\mathbf{Ra}'_i - \mathbf{b}'_i\|^2 + n \|(\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t})\|^2 + 2[(R \sum_i \mathbf{a}'_i - \sum_i \mathbf{b}'_i) \cdot (\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t})] = \\
 &= \sum_i \|\mathbf{Ra}'_i - \mathbf{b}'_i\|^2 + n \|(\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t})\|^2 + 2[(R \cdot 0 - 0) \cdot (\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t})] \\
 &= \sum_i \|\mathbf{Ra}'_i - \mathbf{b}'_i\|^2 + n \|(\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t})\|^2 + 2[(0) \cdot (\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t})] \\
 &= \sum_i \|\mathbf{Ra}'_i - \mathbf{b}'_i\|^2 + n \|(\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t})\|^2 + 2[0] \\
 &= \sum_i \|\mathbf{Ra}'_i - \mathbf{b}'_i\|^2 + n \|(\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}} + \mathbf{t})\|^2
 \end{aligned}$$

Face ao exposto, a translação do sistema de coordenadas para o centroide faz com que a função de erro seja reduzida para:

$$\sum_i \|\mathbf{Ra}_i + \mathbf{t} - \mathbf{b}_i\|^2 = \sum_i \|\mathbf{Ra}'_i - \mathbf{b}'_i\|^2 + n \|\mathbf{R}\bar{\mathbf{a}} + \mathbf{t} - \bar{\mathbf{b}}\|^2 \quad (27)$$

A equação 27 deixa explícita a divisão da solução em duas etapas. Minimizando o primeiro termo é possível encontrar a rotação independentemente da translação, e posteriormente, os valores da rotação são empregados para calcular a translação. O primeiro termo pode ser reescrito do seguinte modo:

$$\sum_i \|\mathbf{Ra}'_i - \mathbf{b}'_i\|^2 = \sum_i \|\mathbf{Ra}'_i\|^2 + \sum_i \|\mathbf{b}'_i\|^2 - 2 \sum_i \mathbf{Ra}'_i \cdot \mathbf{b}'_i \quad (28)$$

ou seja, minimizar a equação 23 consiste em maximizar o termo $\sum_i \mathbf{Ra}'_i \cdot \mathbf{b}'_i$. Para isso, será utilizada a representação de quatérnios nesse termo:

$$\sum_i \mathbf{Ra}'_i \cdot \mathbf{b}'_i = \sum_i (\dot{q} \dot{a}_i \bar{q}) \cdot \dot{b}_i \quad (29)$$

onde:

$\dot{q} = \cos(\theta) + \vec{v} \sin(\theta)$: quatérnio que representa a rotação;

$\bar{q} = \cos(\theta) - \vec{v} \sin(\theta)$: conjugado de \dot{q} ;

\dot{a}_i : pontos do conjunto \mathbf{a} representados como quatérnio puro; e

\dot{b}_i : pontos do conjunto \mathbf{b} representados como quatérnio puro.

A Equação 29 pode ser escrita no formato matricial aplicando as equações 17 e 18 apresentadas na seção 2.2. Cabe ressaltar que o produto interno $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ na forma matricial corresponde a $\mathbf{a}^T \cdot \mathbf{b}$.

$$(\dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{a}}_i \bar{\mathbf{q}}) \cdot \dot{\mathbf{b}}_i = (D_{\bar{\mathbf{q}}} E_{\dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{a}}_i)^T (\dot{\mathbf{b}}_i) = (\dot{\mathbf{a}}_i^T E_{\dot{\mathbf{q}}}^T D_{\bar{\mathbf{q}}}^T) (\dot{\mathbf{b}}_i) \quad (30)$$

A matriz $D_{\bar{\mathbf{q}}}^T$ é igual a $D_{\dot{\mathbf{q}}}$, ou seja, transpor um quatérnio na forma matricial corresponde a transformá-lo no seu conjugado. Com isso a Equação 30 toma a seguinte forma, a saber:

$$(\dot{\mathbf{a}}_i^T E_{\dot{\mathbf{q}}}^T D_{\bar{\mathbf{q}}}^T) (\dot{\mathbf{b}}_i) = \dot{\mathbf{a}}_i^T E_{\dot{\mathbf{q}}}^T D_{\dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{b}}_i = (\dot{\mathbf{a}}_i^T E_{\dot{\mathbf{q}}}^T) (D_{\dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{b}}_i) = (E_{\dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{a}}_i)^T (D_{\dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{b}}_i) \quad (31)$$

Retomando à representação no formato de quatérnios

$$(E_{\dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{a}}_i)^T (D_{\dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{b}}_i) = (\dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{a}}_i) (\dot{\mathbf{b}}_i \dot{\mathbf{q}}) \quad (32)$$

é possível estabelecer a seguinte relação:

$$(\dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{a}}_i \bar{\mathbf{q}}) \cdot \dot{\mathbf{b}}_i = (\dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{a}}_i) (\dot{\mathbf{b}}_i \dot{\mathbf{q}}) \quad (33)$$

Os quatérnios $\dot{\mathbf{a}}_i$ e $\dot{\mathbf{b}}_i$ podem ser substituídos por suas formas matriciais de produtos. Essas matrizes são aplicadas na Equação 33, como segue:

$$\begin{aligned} \sum_i (\dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{a}}_i \bar{\mathbf{q}}) \cdot \dot{\mathbf{b}}_i &= \sum_i (\dot{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{a}}_i) (\dot{\mathbf{b}}_i \dot{\mathbf{q}}) = \sum_i (D_{\dot{\mathbf{a}}_i} \dot{\mathbf{q}}) (E_{\dot{\mathbf{b}}_i} \dot{\mathbf{q}}) = \sum_i (\mathbf{A}_i \dot{\mathbf{q}}) (\mathbf{B}_i \dot{\mathbf{q}}) \\ \sum_i (\mathbf{A}_i \dot{\mathbf{q}})^T (\mathbf{B}_i \dot{\mathbf{q}}) &= \sum_i \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{A}_i^T \mathbf{B}_i \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}^T (\sum_i \mathbf{A}_i^T \mathbf{B}_i) \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (34)$$

A matriz $\mathbf{M} = \sum_i \mathbf{A}_i^T \mathbf{B}_i$ é simétrica e apresenta autovalores reais. Segundo o teorema dos extremos condicionados (ANTON e RORRES, 2010), o valor máximo da forma quadrática $\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}$ é atingido quando $\dot{\mathbf{q}}$ corresponde ao autovalor associado ao maior autovalor de \mathbf{M} . Com isso, a rotação que maximiza a Equação 29 e

consequentemente minimiza a função de erro representada pela Equação 23, é definida pelo autovetor unitário associado ao maior autovalor de M .

2.5.2 Algoritmo ICP proposto por Besl e McKay (1992)

Tendo em vista que não é possível garantir a correspondência exata entre pontos de faixas LiDAR distintas, não é possível aplicar o método proposto por Horn diretamente. Para solucionar esse problema, Besl e McKay (1992) desenvolveram o algoritmo de registro de nuvem de pontos conhecido como ICP. Esse algoritmo aplica o método proposto por Horn iterativamente em pares de pontos pseudo-conjugados. Para que haja convergência, é necessário um bom alinhamento inicial entre as duas nuvens de pontos e alta porcentagem de sobreposição entre as mesmas. Uma nuvem de pontos é considerada fixa (\mathbf{b} , nuvem de referência) e os parâmetros de rotação e translação calculados em cada iteração são aplicados na outra nuvem (\mathbf{a} , nuvem de pesquisa). O algoritmo funciona da seguinte forma:

1. São definidos os valores de rotação (na forma de quatérnios) e translação iniciais. No caso desses valores não serem definidos, os valores adotados são $\mathbf{t} = [0 \ 0 \ 0]^T$ e $\mathbf{q} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$;
2. Para cada ponto da nuvem \mathbf{a} são localizados os vizinhos mais próximos na nuvem \mathbf{b} . Nessa etapa são estabelecidos os pares de pontos pseudo-conjugados. Essa busca é otimizada com o emprego da estrutura de dados conhecida como *kd-tree*;
3. Os parâmetros de transformação entre as duas nuvens de pontos são calculados pelo método proposto por Horn e aplicados na nuvem \mathbf{a} ;
4. Por fim, é calculado o REMQ entre as duas nuvens (e , vide equação 23) e comparado com o critério de convergência. Se o teste falha, o processo é repetido novamente a partir do passo 2 entre a nuvem \mathbf{a} e a nuvem \mathbf{b} após a aplicação dos parâmetros calculados no passo 3. Caso contrário, o algoritmo encerra sua execução.

As principais vantagens dos métodos baseados no ICP consistem na simplicidade e na relativamente rápida performance quando implementados com a busca de vizinho mais próximo por *kd-tree*. Já as principais desvantagens consistem

em pressupor que há sobreposição total entre as nuvens de pontos e o método é sensível a erros grosseiros.

2.5.3 Variações do ICP

Desde 1992, foram publicados diversos trabalhos que apresentam variações do ICP. Chen e Medioni (1992) propuseram o uso da distância ponto-a-plano em vez da distância ponto-a-ponto. Essa distância é tomada entre os pontos da nuvem de pesquisa em relação à superfície definida localmente por planos tangentes da nuvem de referência. A principal vantagem da não utilização dos vizinhos mais próximos é a convergência mais rápida.

Já Williams e Bennamoun (2001) apresentaram uma variante do ICP para realizar o registro simultâneo de diversas nuvens de pontos. Essa abordagem global é imune à propagação de erros sistemáticos. Esse fenômeno ocorre quando nuvens de pontos são sequencialmente adicionadas num processo de registro realizado com pares de nuvens.

Já o método proposto por Gruen e Akca (2005) permite o registro entre uma ou mais nuvens de pesquisa e uma nuvem de referência através de um modelo de mínimos quadrados 3D. Esse método emprega a mesma função de erro dos outros métodos, mas a formulação baseada no ajustamento pelo método dos mínimos quadrados permite incorporar valores de peso nas observações, bem como a propagação rigorosa dos erros, a detecção dos *outliers* e a definição dos parâmetros que modelam as deformações entre as duas nuvens de pontos. Também é necessário um bom alinhamento inicial, mas a convergência é mais rápida do que o algoritmo ICP convencional.

Rusinkiewicz e Levoy (2001) apresentaram algumas das diversas variações do ICP. Eles classificaram cada método de acordo com as variações em cada estágio do algoritmo, isto é, a seleção de pontos, a correspondência de pontos, a atribuição de pesos, a rejeição de *outliers*, a função erro utilizada e a minimização desta função. Também propuseram uma variação otimizada do ICP para aumentar a velocidade do algoritmo. Já Segal *et al.* (2009) propuseram uma generalização do ICP proposto por Chen e Medioni (1992). Neste método foi agregado um modelo

probabilístico que permite a redução de falsas correspondências, aumentando a robustez do método.

Vários pesquisadores buscaram determinar automaticamente o alinhamento inicial necessário para o ICP. Bae e Lichti (2008) determinaram o alinhamento aproximado empregando feições extraídas da nuvem de pontos 3D. A extração e a correspondência são realizadas através de medidas de curvatura aproximadas computadas a partir da decomposição em valores singulares (SVD – *Single Value Decomposition*) para cada matriz de covariância proveniente das coordenadas da vizinhança local do ponto. Beinat *et al.* (2006) utilizaram a curvatura gaussiana na extração de detalhes morfológicos mais significativos. Os autores empregaram o algoritmo ICP para realizar o alinhamento entre pares de nuvens e o algoritmo de procrustes generalizado para realizar o registro global. Bostrom *et al.* (2008) apresentaram um modo de ponderação que está em função da precisão do ponto e do ângulo de incidência e empregaram um critério de redução de pontos espúrios.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 RECURSOS EMPREGADOS

Para a presente pesquisa foram empregados os seguintes recursos computacionais:

- FME 2014: software da Safe Software que realiza a conversão entre diversos formatos de dados, além de possuir diversas ferramentas de geoprocessamento. Empregado para realizar o pré-processamento dos dados;
- *Point Cloud Library* (PCL 1.7.2): consiste numa biblioteca C++ para processamento de nuvem de pontos. O seu uso é gratuito (RUSU e COUSINS, 2011). Para empregar essa biblioteca, foi utilizado o software CMake 2.8.12.1 (*Cross Platform Make*) para realizar a *linkagem* da biblioteca com o ambiente de desenvolvimento *Microsoft Visual Studio 2010*;
- MATLAB (*Matrix Laboratory*) R2013: é um ambiente interativo e uma linguagem de alto nível voltada para o cálculo numérico. Neste programa foi implementado o algoritmo que realiza a correspondência das feições e o modelo matemático proposto.
- LAStools: conjunto de ferramentas para manipulação de dados LASER; e
- *Fugro Viewer*: visualizador gratuito de nuvem de pontos em 3D.

Os dados foram processados num computador com processador Intel Core i5 2500, com 8 GB de memória RAM DDR3, disco rígido primário SSD de 250 GB, disco rígido secundário magnético de 3 TB e placa de vídeo Radeon HD6850 com 1GB de memória de vídeo, com sistema operacional Windows 7 64 bits.

3.2 DADOS UTILIZADOS

Os dados empregados como elemento de pesquisa foram selecionados a partir de duas áreas recobertas por aerolevantamentos com densidades de pontos

distintas. A primeira área está localizada no município de Curitiba-PR enquanto a outra está localizada em Recife-PE.

3.2.1 Área de estudo 1 – Curitiba-PR

A primeira área de estudo corresponde à região abrangida pelo aerolevantamento realizado em dezembro de 2006, recobrindo parte do bairro Bacacheri da cidade de Curitiba-PR. O referido aerolevantamento é constituído de duas faixas adjacentes no sentido leste – oeste e foi realizado pelo Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento (LACTEC).

Os dados foram obtidos através do sistema LIDAR OPTECH ALTM 2050/INS GPS APPLANIX. O quadro 2 descreve as principais características do sensor.

Frequência de Repetição de Pulsos (PRF)	50 kHz
Altitude de operação	210 a 2000 m
Ângulo de abertura	0° a +-20°
Acurácia altimétrica	15 cm a 1200 m 25 cm a 2000 m
Acurácia planimétrica	1/2000 x h (altura de voo)
Mecanismo	Espelho oscilante

QUADRO 02 – CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA LIDAR OPTECH ALTM 2050
FONTE: OPTECH

A Figura 5 ilustra a localização das faixas. O polígono maior representa a área do município de Curitiba, sendo que o bairro do Bacacheri está destacado na cor verde e as duas faixas utilizadas estão destacadas em vermelho.

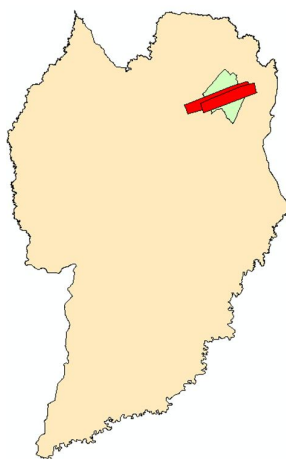


FIGURA 05 – ÁREA DO LEVANTAMENTO LIDAR NO MUNICÍPIO DE CURITIBA
FONTE: O autor (2014)

Foram empregadas as faixas 52 (4,2 km de extensão) e 53 (5 km de extensão), sendo que cada uma delas contém 3 e 3,6 milhões de pontos, respectivamente. As faixas apresentam aproximadamente 800 m de largura e o recobrimento é de 70%. A altura de voo utilizada no referido aerolevantamento foi 1.200 m. A Figura 6 ilustra o fecho convexo das duas faixas.

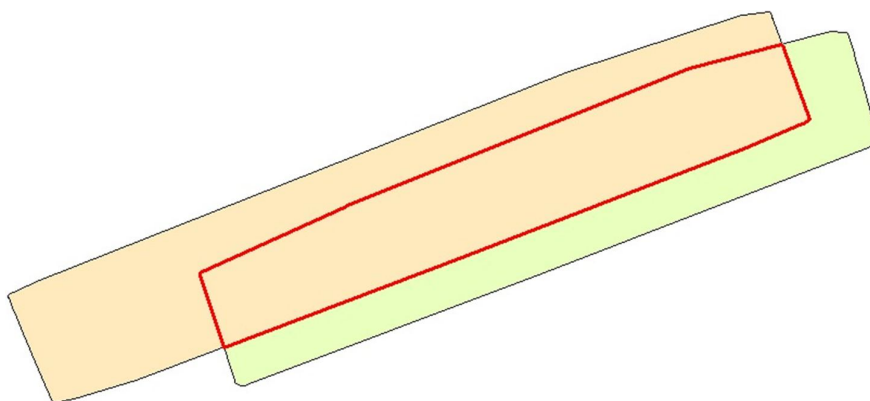


FIGURA 06 – FECHO CONVEXO DAS FAIXAS 52 E 53
FONTE: O autor (2014)

Cada faixa corresponde a um arquivo onde estão registrados os valores do tempo GPS, coordenadas cartesianas geocêntricas X, Y e Z e o valor de intensidade do retorno do primeiro e do último pulso. Neste trabalho foram utilizados apenas os dados do primeiro pulso. A Figura 7 ilustra a disposição dos dados.

t GPS	X1	Y1	Z1	I1	X2	Y2	Z2	I2
244037.700597	3767046.77	-4365672.09	-2719023.23	47	3767046.73	-4365672.05	-2719023.18	47
244037.700617	3767046.65	-4365671.59	-2719023.91	46	3767046.65	-4365671.59	-2719023.91	46
244037.700637	3767046.65	-4365671.20	-2719024.72	56	3767046.65	-4365671.19	-2719024.71	56
244037.700657	3767046.61	-4365670.77	-2719025.48	44	3767046.62	-4365670.78	-2719025.49	44

FIGURA 07 – TRECHO DO ARQUIVO ORIGINAL
FONTE: O autor (2014)

A área de sobreposição das faixas apresenta trechos de área urbana, campo de golfe, aeroporto e área de floresta. Esta área contém aproximadamente 2 milhões de pontos por faixa distribuídos em aproximadamente 2 milhões de m quadrados (densidade média de 1 ponto/m²). As Figuras 8 e 9 ilustram as imagens de elevação e intensidade do retorno do pulso LASER, obtidas a partir dos dados da referida área de estudo.

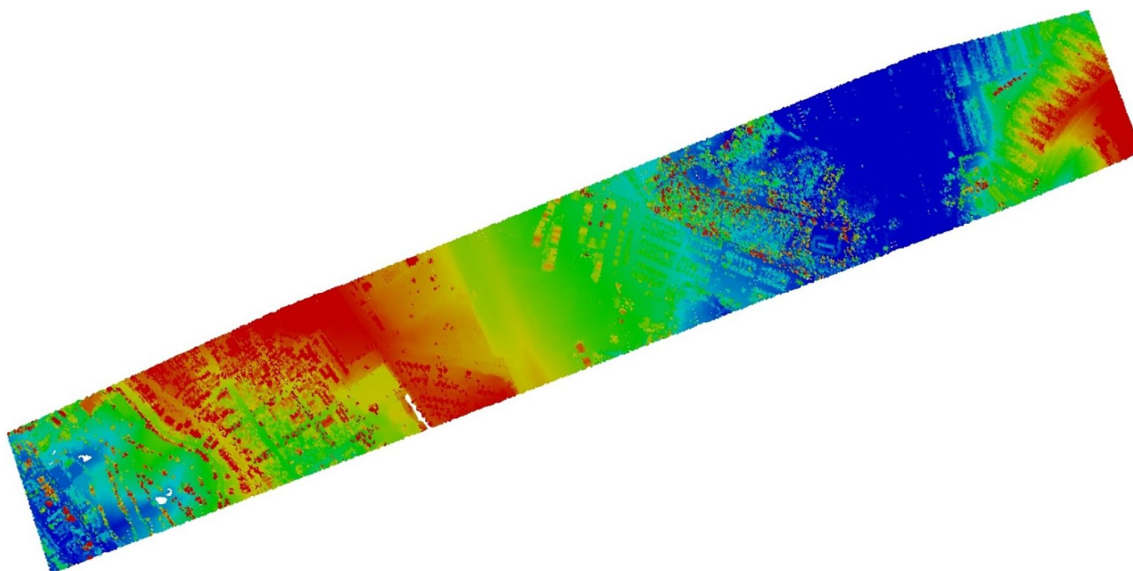


FIGURA 08 – IMAGEM DE ELEVAÇÃO DA REGIÃO DE SOBREPOSIÇÃO ÁREA DE ESTUDO 1
FONTE: O autor (2014)



FIGURA 09 – IMAGEM DE INTENSIDADE DA REGIÃO DE SOBREPOSIÇÃO ÁREA DE ESTUDO 1
FONTE: O autor (2014)

3.2.2 Área de estudo 2 – Recife-PE

A segunda área de estudo corresponde à região abrangida pelo aerolevantamento realizado pela Engefoto Engenharia e Aerolevantamentos S. A. na cidade de Recife-PE. A referida empresa disponibilizou um recorte de 1 Km x 1 Km, referente a uma região que abrange parte dos bairros Torre, Madalena e Graças. Essa região contém 11 faixas, sendo 6 no sentido noroeste-sudeste (NO-SE) e 5 faixas no sentido sudoeste-nordeste (SO-NE).

Os dados foram obtidos através do sistema LIDAR OPTECH ALTM Gemini. O Quadro 3 descreve as principais características do sensor.

Frequência de Repetição de Pulsos (PRF)	65 kHz
Altitude de operação	150-4000 m
Ângulo de abertura	0° a +-10°
Acurácia altimétrica	5-30 cm
Acurácia planimétrica	1/5500 x h (altura de voo)
Mecanismo	Espelho oscilante

QUADRO 03 – CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA LIDAR OPTECH ALTM GEMINI
FONTE: OPTECH

A figura 10 ilustra a localização da área de estudo 2. O polígono maior representa a área do município de Recife, sendo que a área de estudo está destacada em verde.

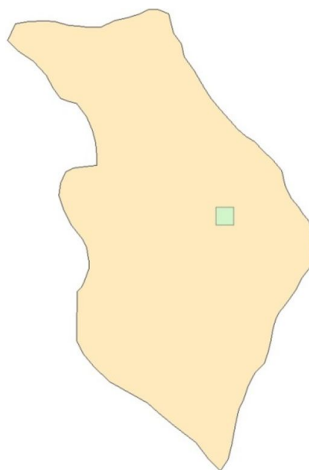


FIGURA 10 – ÁREA DO LEVANTAMENTO LIDAR NO MUNICÍPIO DE RECIFE
FONTE: O autor (2014)

Foram empregadas as faixas 4, 5, 6, 7 e 8 (sentido SO-NE) e as faixas 15, 16, 17, 18, 19 e 20 (sentido SE-NO). As faixas apresentam aproximadamente 220 m de largura e um recobrimento de 30%. A altura de voo utilizada no referido aerolevanteamento foi 600 m.

Os dados foram disponibilizados no formato LAS e convertidos para o formato de arquivo de texto através da ferramenta LAStools. O sensor captura até 4 retornos, sendo todos utilizados.

A área de estudo corresponde a uma região de alto grau de urbanização cortada pelo Rio Capibaribe, contendo aproximadamente um total de 12 milhões de pontos nas 11 faixas. A densidade média de pontos por faixa é igual a 5,5 pontos/m². A Figura 11 ilustra as vistas superior e perspectiva da área de estudo.

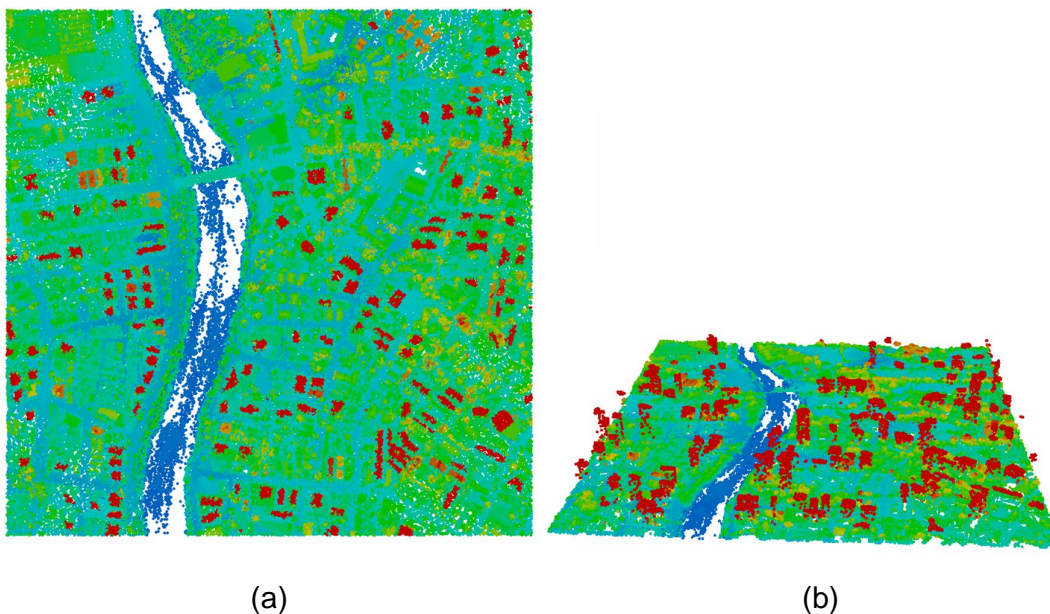


FIGURA 11 – VISTA SUPERIOR (a) E VISTA EM PERSPECTIVA (b) DA ÁREA DE ESTUDO 2

FONTE: O autor (2014)

3.3 MÉTODO PROPOSTO

A Figura 12 ilustra o esquema simplificado do método proposto.

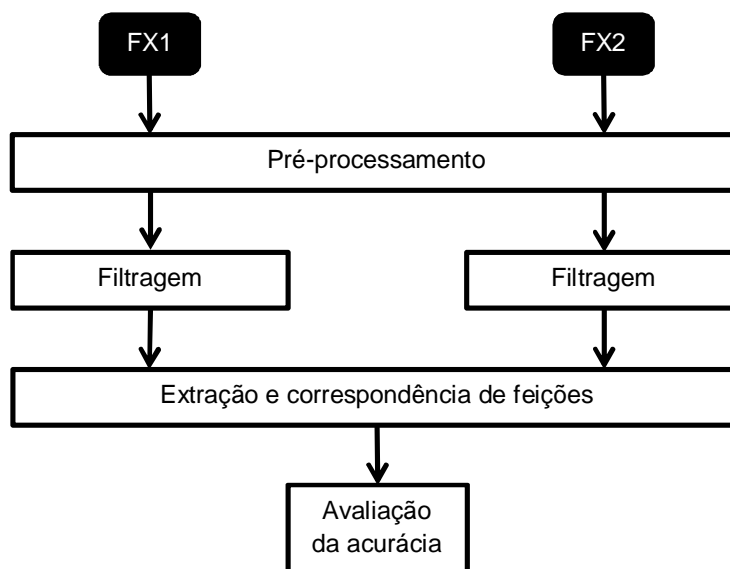


FIGURA 12 – ESQUEMA SIMPLIFICADO DO MÉTODO
FONTE: O autor (2014)

No fluxograma da Figura 12, FX1 corresponde aos dados de uma faixa e FX2 corresponde aos dados da faixa adjacente. A primeira etapa consiste no pré-processamento dos dados. Nesta etapa são efetuadas as conversões de coordenadas de cada faixa para o sistema de coordenadas UTM (*Universal Transverse Mercator* - E, N, h) bem como o recorte da área de sobreposição entre as duas faixas. Com isso os pontos que não pertencem à área de sobreposição são descartados, reduzindo a quantidade de pontos a serem processados.

Já a etapa seguinte consiste na aplicação de dois filtros em cada uma das faixas: filtro morfológico progressivo e o filtro RANSAC (ver Subseção 3.3.2). O filtro morfológico progressivo descarta os pontos que estão no nível de solo, permanecendo apenas pontos pertencentes a árvores e edificações. Já o filtro RANSAC elimina os pontos que não pertencem a regiões planas. A aplicação desses filtros permite um maior grau de automação na extração de feições.

A próxima etapa consiste na extração de feições. Nesta etapa são extraídos os planos das duas faixas e realizada a correspondência entre os mesmos. Em seguida, são extraídas as linhas retas.

Por fim, a avaliação da qualidade é realizada através de uma variante do algoritmo ICP, o qual minimiza o quadrado da distância entre os pontos de uma faixa em relação aos planos correspondentes da faixa adjacente. Os parâmetros de

rotação e translação entre as faixas são estimados e as linhas retas extraídas são empregadas para determinar a precisão altimétrica e planimétrica.

3.3.1 Pré-processamento

A Figura 13 ilustra o esquema do pré-processamento dos dados de cada faixa. Nesta figura, FX1 e FX2 correspondem aos dados de cada faixa e FX1* e FX2* representam esses dados após a realização do pré-processamento.

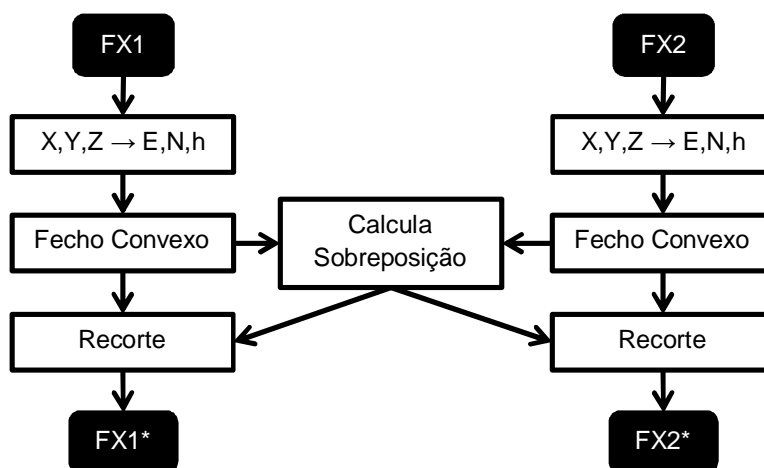


FIGURA 13 – ESQUEMA DO PRÉ-PROCESSAMENTO
FONTE: O autor (2014)

A primeira etapa do pré-processamento consiste na conversão de coordenadas de cada faixa do sistema geodésico cartesiano geocêntrico para coordenadas geodésicas elipsoidicas, sendo estas convertidas para coordenadas UTM. A representação de coordenadas no sistema cartesiano geocêntrico não permite o relacionamento direto com a superfície terrestre. Já as coordenadas geodésicas estão relacionadas à superfície de referência (elipsoide de revolução), mas por serem angulares não fornecem diretamente valores métricos nas medidas. Com isso, a alternativa empregada neste trabalho consiste no uso do sistema UTM, que combina medidas em valores métricos com um sistema de coordenadas que permite a separação entre coordenadas altimétricas e planimétricas. Cabe ressaltar que a precisão do sistema LiDAR aerotransportado geralmente é informada separadamente para altimetria e planimetria. A conversão de coordenadas do

sistema geodésico cartesiano geocêntrico para coordenadas geodésicas elipsoidicas está detalhada em TORGE (2001). Já a conversão de coordenadas geodésicas para coordenadas UTM está detalhada em SNYDER (1987).

As etapas seguintes se referem à eliminação dos pontos que não estão localizados na área de sobreposição entre as duas faixas. Primeiramente, é calculado o fecho convexo bidimensional (empregando apenas coordenadas planimétricas E e N) de cada nuvem de pontos, ou seja, o polígono que representa o menor conjunto convexo da nuvem de pontos. Em CARVALHO e FIGUEIREDO (1991) constam alguns algoritmos que podem ser empregados para determinar o fecho convexo. A Figura 14 ilustra a área de sobreposição entre duas faixas adjacentes.

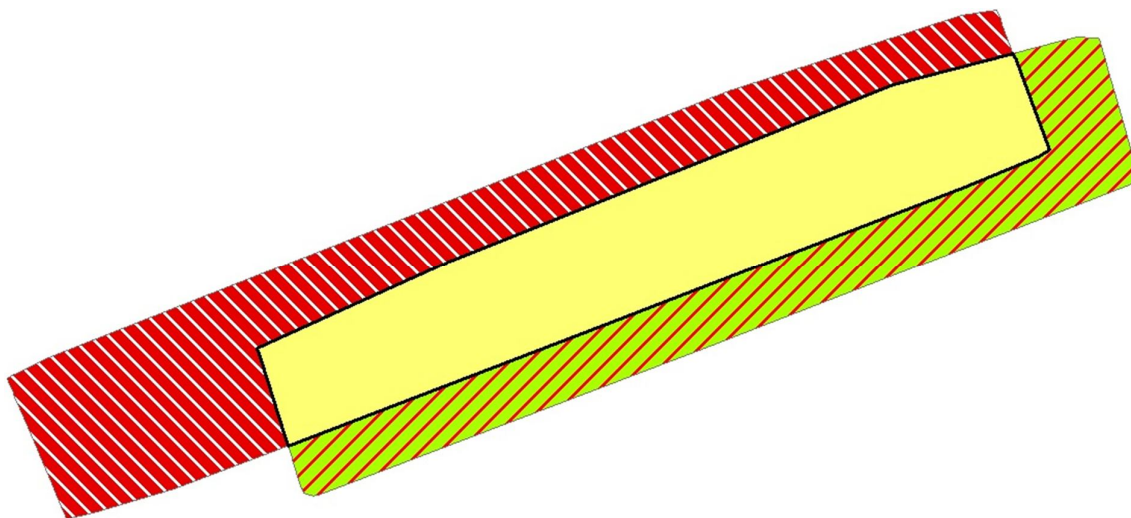


FIGURA 14 – ÁREA DE SOBREPOSIÇÃO ENTRE DUAS FAIXAS
FONTE: O autor (2014)

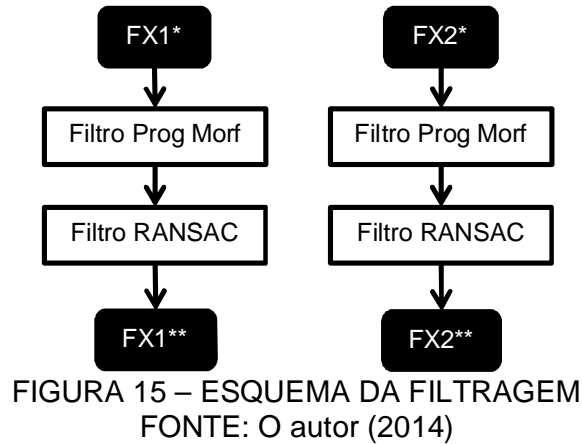
Na Figura 14, a área verde corresponde ao fecho convexo de uma faixa. Já a área vermelha corresponde ao fecho convexo da faixa adjacente. Para realizar o recorte, é aplicado o operador “E” geométrico (interseção entre os fechos convexos das duas faixas). O resultado dessa operação é o polígono amarelo, correspondente à área comum entre as duas faixas. Os pontos localizados nas áreas hachuradas são descartados, permanecendo apenas os pontos localizados na área de sobreposição de faixas. Esse procedimento permite a redução da quantidade de pontos a serem processados nas etapas seguintes.

Na sequência, a origem do sistema de coordenadas é transladada para o centroide da região de sobreposição. O sistema de coordenadas UTM emprega números mais longos do que o necessário para atribuir coordenadas na região de levantamento, podendo resultar em erros de truncamento. O uso de números grandes como $E=680.000$ e $N=7.190.000N$ exigem o emprego de variáveis *double*. Como a classe de pontos na PCL tem seus atributos do tipo *float*, essa conversão se torna necessária, pois variáveis *float* são adequados para apenas seis dígitos de precisão. Sem a translação e considerando que valores em centímetros sejam significativos, são necessários pelo menos 9 dígitos de precisão.

Por fim, é implementada a estrutura de dados *kdtree*. A *kdtree* consiste numa árvore binária, ou seja, cada nó interno possui dois descendentes, independente da dimensionalidade do espaço (VINHAS e QUEIROZ, 2005). A *kdtree* garante uma estrutura de dados hierárquica completamente balanceada, proporcionando uma maior eficiência na busca de distância e de vizinho mais próximo.

3.3.2 Filtragem

Nesta etapa, os pontos de cada faixa são filtrados. Essa filtragem é realizada com a finalidade de permitir a extração automática das feições de interesse. Nos testes preliminares, foi verificado que os planos extraídos do solo apresentaram confiabilidade inferior a dos planos extraídos dos telhados das edificações. Além disso, a vegetação próxima das edificações deteriora a qualidade dos planos extraídos, já que alguns dos seus pontos podem ser classificados incorretamente como pertencentes ao telhado de uma edificação próxima. Esses problemas dificultam a extração e correspondência de planos, exigindo um elevado grau de interação humana no processo, demandando tempo e necessidade de um operador para executar essas tarefas. Para contornar esse problema, a filtragem elimina os pontos pertencentes ao solo e também os pontos que não pertencem a regiões planas. A Figura 15 ilustra o processo de filtragem.



Os filtros são aplicados em cada faixa separadamente. Primeiramente é aplicado o filtro morfológico progressivo (ZHANG *et al.*, 2003), que está implementado na versão 1.7.2 da PCL. Esse filtro foi desenvolvido com a finalidade de remover os pontos que não pertencem ao solo, como a vegetação e edificações, permitindo a geração do MDT. No método proposto neste trabalho, o filtro é aplicado com a finalidade contrária, ou seja, eliminar os pontos pertencentes ao nível do solo, mantendo a vegetação e as edificações. O filtro apresenta os seguintes parâmetros:

(a) Tamanho da célula: a nuvem de pontos passa a ser representada no formato matricial, no qual cada célula contém um valor de altitude. Se uma célula abranger mais do que um ponto, o valor de altitude adotado será igual a menor altitude. No caso de uma célula não conter pontos, o seu valor será definido através da interpolação dos pontos mais próximos;

(b) Base: parâmetro que define o aumento progressivo da janela. Esse tamanho pode aumentar linearmente (Equação 35) ou exponencialmente (Equação 36). Na equação linear, a base corresponde ao tamanho inicial da janela, enquanto que na equação exponencial refere-se à base da função exponencial.

$$w_k = 2kb + 1 \therefore k = 1, 2, \dots, M \quad (35)$$

$$w_k = 2b^k + 1 \therefore k = 0, 1, 2, \dots, M \quad (36)$$

onde:

w_k : tamanho da janela;

b : base;

M : maior valor de k , define w_M ; e

w_M : tamanho máximo da janela.

(c) Declividade: valor que descreve a inclinação do terreno. É definida pelo quociente entre a diferença de altura do terreno com a distância horizontal. Assumindo que a declividade é constante, é possível relacioná-la com o tamanho da janela e com a maior diferença de elevação do terreno.

$$S = \frac{dh_{\max(t),k}}{\frac{(w_k - w_{k-1})}{2}} \quad (37)$$

onde:

s : declividade; e

$dh_{\max(t),k}$: diferença de altura máxima do terreno para um determinado valor de k .

(d) Limiar de diferença de elevação inicial: consiste no valor inicial adotado como limiar que define se um ponto pertence ao terreno ou não. A cada iteração o valor do limiar é recalculado em função da declividade, tamanho da janela e tamanho da célula, conforme consta na Equação 38. Pontos pertencentes a edifícios ou árvores que apresentarem altura inferior em relação ao limiar, serão classificados incorretamente como sendo pertencentes ao terreno;

$$dh_{T,k} = \begin{cases} dh_0 & \text{se } w_k \leq 3 \\ s(w_k - w_{k-1})c + dh_0 & \text{se } w_k > 3 \\ dh_{\max} & \text{se } dh_{T,k} > dh_{\max} \end{cases} \quad (38)$$

onde:

$dh_{T,k}$: limiar de diferença de elevação;

c : tamanho da célula;

dh_0 : limiar de diferença de elevação inicial; e

dh_{\max} : maior diferença de elevação.

(e) Maior diferença de elevação: consiste na maior diferença de elevação da área de estudo. É definida por um valor fixo, com a finalidade de permitir que edificações complexas possam ser identificadas.

Em seguida, é aplicado o filtro RANSAC com a finalidade de remover os pontos que não pertencem a regiões planas. Este filtro é uma adaptação do

algoritmo proposto por LARI *et al* (2011). A vegetação remanescente da aplicação do filtro morfológico progressivo é facilmente removida com este filtro. O filtro RANSAC desenvolvido no presente trabalho apresenta as seguintes etapas para cada ponto da nuvem:

- (1) São selecionados os K vizinhos mais próximos do ponto i ;
- (2) É aplicado o segmentador de planos RANSAC (implementado na PCL) nos K vizinhos, com tolerância ε e número t de conjuntos mínimos. Esse segmentador extrai o plano que apresenta o maior número de pontos;
- (3) Para o ponto não ser descartado, ele deve atender as seguintes condições:
 - (a) O plano extraído deve possuir pelo menos M pontos;
 - (b) O ponto i deve pertencer ao plano, ou seja, sua distância em relação ao plano deve ser inferior ao valor da tolerância ε ;
 - (c) O ângulo de inclinação do plano em relação à horizontal deve ser superior a α^0 e inferior a β^0 .
- (4) Se o ponto i atende as 3 condições (a, b e c), suas coordenadas são armazenadas no arquivo de saída. Também são armazenadas as componentes da normal do plano calculado na etapa (2).

Recomenda-se descartar planos horizontais e verticais para diminuir o número de falsas correspondências entre planos e aumentar a eficiência da extração automática de linhas.

O número t de conjuntos mínimos necessários para extrair um ponto pertencente à uma região plana com 99% de confiança é calculado a partir de uma adaptação da Equação 13 apresentada na Seção 2.2. O resultado dessa equação deve ser arredondado para cima.

$$t = \frac{-2}{\log\left[1 - \left(\frac{K!(M-3)!}{M!(K-3)!}\right)\right]} \quad (39)$$

onde:

t : número de conjuntos mínimos;

K : tamanho da vizinhança; e

M : quantidade mínima de pontos necessária para que a região seja considerada plana.

3.3.3 Extração e correspondência de feições

A figura 16 ilustra o esquema da extração automática de feições planares e lineares. Nesta figura, $FX1^{**}$ e $FX2^{**}$ correspondem aos dados de cada faixa pré-processados e filtrados. $PL1$ e $PL2$ correspondem aos planos extraídos em cada faixa. Já $PT1$ e $PT2$ correspondem aos pontos de cada uma das faixas pertencentes a algum plano contido em $PL1$ e $PL2$. Cada ponto de $PT1$ / $PT2$ está associado a um plano de $PL1$ / $PL2$. Já $LI1$ e $LI2$ correspondem às linhas retas horizontais extraídas a partir da interseção dos planos.

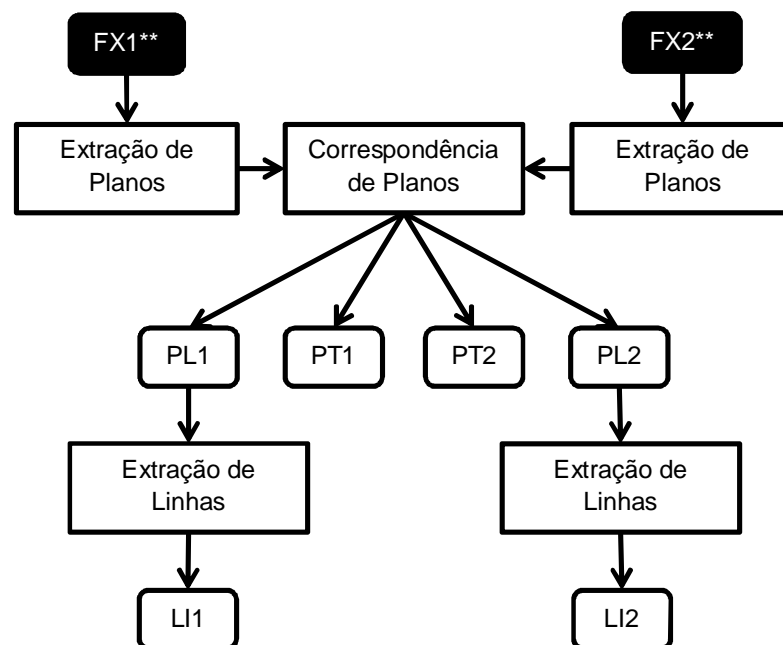


FIGURA 16 – ESQUEMA DA EXTRAÇÃO E CORRESPONDÊNCIA DE FEIÇÕES
FONTE: O autor (2014)

Primeiramente, é realizada a extração de planos empregando o algoritmo de crescimento de regiões proposto por Rabbani *et al.* (2006). Esse algoritmo apresenta um pequeno número de parâmetros intuitivos, permitindo a extração de superfícies curvas com curvatura constante bem como a extração de superfícies planas. No presente método, serão extraídas apenas superfícies planas. Esse algoritmo está implementado na PCL e apresenta os seguintes parâmetros:

(a) Tamanho mínimo do conjunto (M): a superfície só é extraída se apresentar um número de pontos superior ao definido por este parâmetro;

(b) Tamanho máximo do conjunto: as superfícies extraídas apresentam como limite de pontos um número inferior ao estabelecido por este parâmetro;

(c) Número de vizinhos: define o número de vizinhos que será analisado pelo algoritmo durante o crescimento da região;

(d) Tolerância angular: critério de similaridade usado pelo algoritmo. Se o ângulo entre a normal de dois pontos for inferior a esta tolerância, o ponto é adicionado à região.

(e) Tolerância de resíduo: se o ponto apresenta uma distância em relação ao plano calculado inferior a este parâmetro, o mesmo vai ser empregado no prosseguimento do crescimento da região.

Após a aplicação do método proposto por Rabbani, é realizado um processo de refinamento para eliminar possíveis *outliers*. A Figura 17 ilustra o processo realizado para cada plano extraído.

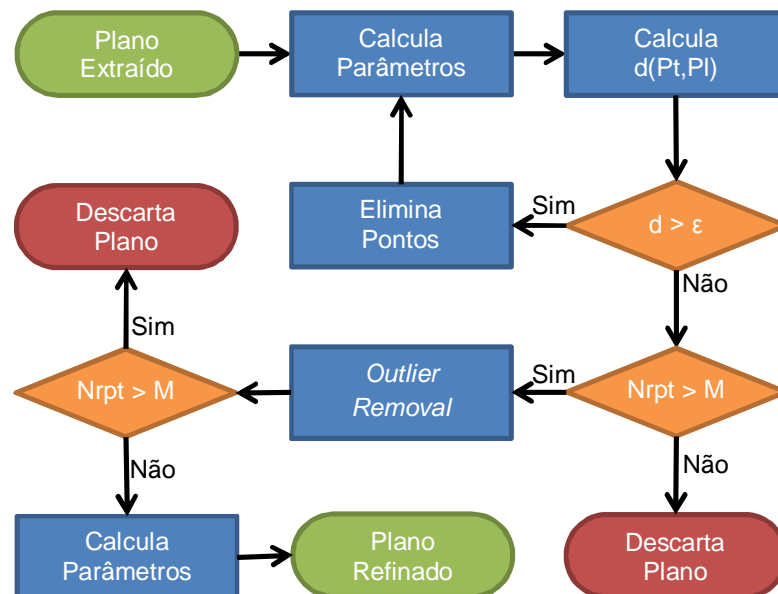


FIGURA 17 – FLUXOGRAMA DO REFINAMENTO DOS PLANOS
FONTE: O autor (2014)

De acordo com a Figura 17, primeiramente os parâmetros dos planos são calculados. O vetor normal do plano é calculada por ACP e normalizado (norma do vetor igual a um). Já a distância do plano à origem é dada pela média do produto interno entre a normal do plano com cada um dos pontos que o compõem.

Em seguida é calculada a distância de cada ponto ao plano. Pontos que apresentam uma distância superior a ε são eliminados. Após a eliminação dos pontos, os parâmetros dos planos são recalculados. Esse processo é realizado iterativamente até que as distâncias de todos os pontos ao plano estejam dentro da tolerância estabelecida. Em seguida, é verificado se o plano apresenta um número de pontos superior ao tamanho mínimo do conjunto (M). Se o número de pontos do plano não for suficiente, o plano é descartado.

Na sequência é aplicado o algoritmo *Outlier Removal* (função também implementada na PCL) para remover pontos isolados. Para realizar essa tarefa, são estabelecidos dois parâmetros, ou seja, o raio da esfera d e o número mínimo de vizinhos que devem estar contidos dentro da esfera. Para cada ponto é feita uma busca de vizinhos dentro do raio estabelecido. Se o número de vizinhos for inferior ao valor estabelecido, o ponto é classificado como *outlier* e é removido. A Figura 18 ilustra o método para o caso de um ponto que deve ter pelo menos 5 vizinhos para não ser considerado *outlier*.

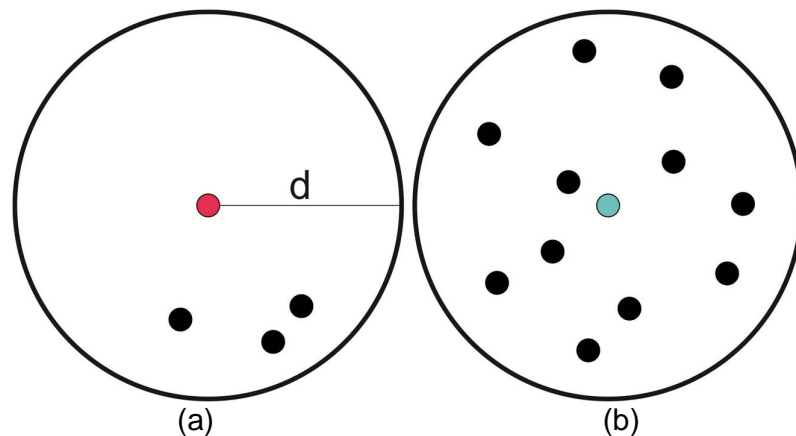


FIGURA 18 – OUTLIER REMOVAL: PONTO REMOVIDO (a) PONTO MANTIDO (b)
FONTE: O autor (2014)

Em seguida, é novamente verificado se o plano apresenta um número suficiente de pontos, descartando o plano caso essa condição não seja atendida. Caso o plano não tenha sido descartado, seus parâmetros são recalculados e salvos numa tabela que apresenta os seguintes dados:

- Número do plano (identificador);
- Número de pontos pertencentes ao plano;

- Normal do plano (n_x, n_y, n_z);
- Distância do plano à origem (d);
- Coordenadas do centroide do plano (x_c, y_c, z_c).

Os dados dessa tabela são empregados para realizar a correspondência entre os planos, através da comparação de parâmetros dos planos extraídos nas duas faixas. Já os pontos pertencentes aos planos extraídos são armazenados numa tabela à parte. Nesse arquivo constam as coordenadas de cada ponto bem como o número do plano ao qual o ponto pertence (X, Y, Z, número do plano). Os valores de intensidade não são utilizados pelo método proposto.

Após a extração dos planos de ambas as faixas, o processo de correspondência é realizado. Em cada iteração, um plano da faixa 1 é tomado como plano de referência. Para cada um desses planos, o algoritmo busca encontrar na faixa 2 o plano correspondente. A correspondência é realizada através dos seguintes passos:

1- É calculada a distância entre o centroide do plano de referência e o centroide de cada plano da faixa 2. Os planos que apresentarem distância inferior ao valor estabelecido são considerados possíveis candidatos a plano correspondente. Os demais são descartados;

2- O plano candidato é descartado se a sua normal apresentar um ângulo em relação a normal do plano de referência superior a uma tolerância estabelecida;

3- Se apenas um plano atender essas condições, o mesmo é definido como plano correspondente. Caso haja mais de um plano, o que apresentar menor distância entre os centroides é escolhido. Se nenhum plano atender essas condições, o plano de referência não apresenta correspondência com os planos da faixa adjacente;

4- Por fim, é verificado se há correspondência múltipla, ou seja, se algum plano da faixa 2 está relacionado com mais de um plano da faixa 1. Esses casos são raros e específicos, mas exigem a intervenção do usuário para realização de uma correspondência confiável. Para evitar ambiguidades e permitir um elevado grau de automação, nesses casos todas correspondências são eliminadas, evitando a necessidade de intervenção do usuário. Ao final do processo, as correspondências entre planos são armazenadas numa tabela com duas colunas. Cada linha dessa tabela representa uma correspondência realizada, sendo que a primeira coluna

contém o número do plano da faixa 1 e a segunda coluna apresenta o número do plano da faixa 2;

5- A partir da tabela de correspondência, os planos de ambas as faixas são numerados sequencialmente de acordo com a correspondência estabelecida em cada linha da tabela. Consequentemente, os planos correspondentes das duas faixas apresentam a mesma numeração após a execução desta etapa. A numeração dos planos também é atualizada na tabela que apresenta as coordenadas dos pontos. Todos os planos (e seus respectivos pontos) que não apresentaram correspondência são descartados. Com isso, o processo apresenta quatro saídas: lista dos planos (PL1 e PL2) e pontos (PT1 e PT2) de cada faixa.

Em seguida, é realizada a extração das linhas a partir de cada lista de planos. A extração das linhas é dividida em três etapas:

- 1 – Identificação dos planos cuja intersecção gera uma linha reta horizontal;
- 2 – Cálculo das linhas retas;
- 3 – Eliminação de linhas.

A primeira etapa é realizada iterativamente. Em cada iteração, um plano é tomado como plano de referência. Para cada um desses planos, o algoritmo busca por planos vizinhos cuja intersecção com o plano de referência determine uma linha horizontal. Esse processo apresenta as seguintes etapas:

a) São calculadas as distâncias do centroide do plano de referência em relação aos demais. Os planos considerados vizinhos são aqueles que apresentam uma distância do plano de referência inferior a um valor estabelecido;

b) Em seguida, é calculado o produto vetorial entre as normais dos planos vizinhos. É verificado se a componente v_z do produto vetorial apresenta um ângulo inferior a θ em relação à horizontal, como segue:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 \\ v_z &\leq \text{sen}(\theta)\end{aligned}\tag{40}$$

onde:

$\vec{v} = [v_x \ v_y \ v_z]$: vetor diretor da reta;

\vec{n}_1 : normal do plano de referência;

\vec{n}_2 : normal do plano vizinho; e

θ : tolerância angular.

3 – Se o vetor resultante do produto vetorial entre as normais apresentar uma inclinação inferior à tolerância pré-estabelecida, a interseção dos planos é considerada horizontal e o número de cada plano é armazenado na tabela de saída. A saída dessa etapa consiste numa tabela com duas colunas, na qual cada linha corresponde a um par de planos vizinhos cuja interseção determina uma linha horizontal. Cada coluna corresponde ao número de cada um dos planos.

Na segunda etapa, é realizado o cálculo de linhas através da interseção de planos adjacentes. Uma linha pode ser representada pela equação de uma reta em \mathbb{R}^3 , a saber:

$$\vec{r}(t) = \mathbf{p} + t \cdot \vec{v} \quad (41)$$

onde:

\mathbf{p} : ponto qualquer pertencente à reta $\vec{r}(t)$;

t : parâmetro; e

\vec{v} : vetor diretor da reta.

A direção \vec{v} da reta é definida pelo produto vetorial entre as normais de dois planos adjacentes. Já o ponto \mathbf{p} pode ser qualquer ponto pertencente à reta. Visando obter uma solução unívoca, é aplicada à restrição de que tal ponto deve ser o mais próximo a um determinado ponto de referência. As coordenadas deste ponto são calculadas através dos multiplicadores de Lagrange.

Os multiplicadores de Lagrange consistem num método empregado para minimizar ou maximizar uma função sujeita à restrições (ANTON, 2000). No caso da interseção de dois planos, o método consiste em minimizar a função de distância entre o ponto \mathbf{p} e o ponto de referência \mathbf{p}_r , a saber:

$$\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_r\| = f(x, y, z) = (x - p_{rx})^2 + (y - p_{ry})^2 + (z - p_{rz})^2 \quad (42)$$

Além disso, o ponto \mathbf{p} deve pertencer simultaneamente aos dois planos. Matematicamente, significa que a função da Equação 42 está sujeita a duas restrições, ou seja, o ponto \mathbf{p} deve satisfazer a equação dos 2 planos.

$$\begin{aligned}\vec{n}_1^T \mathbf{p} - d_1 &= 0 \\ \vec{n}_2^T \mathbf{p} - d_2 &= 0\end{aligned}\tag{43}$$

onde:

\vec{n}_1 e d_1 : parâmetros do plano 1 (normal do plano e distância do plano à origem); e

\vec{n}_2 e d_2 : parâmetros do plano adjacente.

A Equação 44 apresenta a função $w(x, y, z)$ que contém a função a ser minimizada (Equação 42) e as duas restrições (Equação 43), como segue:

$$w(x, y, z) = \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_r\| + \lambda(\vec{n}_1^T \mathbf{p} - d_1) + \mu(\vec{n}_2^T \mathbf{p} - d_2)\tag{44}$$

onde λ e μ são os multiplicadores de Lagrange.

Para solucionar o problema, são calculadas as derivadas parciais em relação às coordenadas do ponto \mathbf{p} e aos multiplicadores de Lagrange, resultando em cinco funções. Em seguida, essas funções são igualadas a zero, resultando num sistema com cinco equações e cinco incógnitas, conforme consta na Equação 45. Solucionando este sistema são encontradas as coordenadas do ponto \mathbf{p} .

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & n_{1x} & n_{2x} \\ 0 & 2 & 0 & n_{1y} & n_{2y} \\ 0 & 0 & 2 & n_{1z} & n_{2z} \\ n_{1x} & n_{1y} & n_{1z} & 0 & 0 \\ n_{2x} & n_{2y} & n_{2z} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2p_{rx} \\ 2p_{ry} \\ 2p_{rz} \\ d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}\tag{45}$$

Para simplificar o sistema de equações, o ponto de referência adotado é $\mathbf{p}_r = [0 \ 0 \ 0]$. No entanto, o ponto cujas coordenadas foram obtidas através da solução do sistema não necessariamente é próximo ao segmento de reta definido pela linha de cumeada. A Figura 19 ilustra a representação de uma linha de cumeada definida pela interseção de dois planos (azul e vermelho).

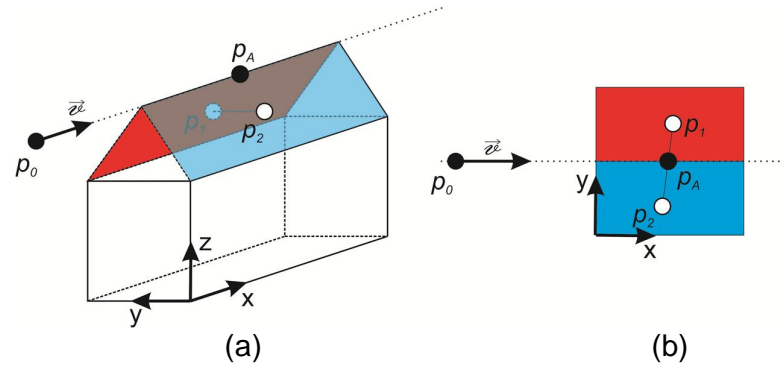


FIGURA 19 – REPRESENTAÇÃO VETORIAL DE UMA LINHA DE CUMEADA: (a) VISTA EM PERSPECTIVA; (b) VISTA SUPERIOR
FONTE: O autor (2014)

Na figura 19, p_0 corresponde ao ponto calculado pelo método de Lagrange e \vec{v} corresponde ao vetor diretor da reta $\vec{r}(t)$. Para fazer a comparação da altitude entre linhas retas correspondentes, foi definido um ponto p_A (centro virtual da reta) pertencente à reta $\vec{r}(t) = p_0 + t \cdot \vec{v}$ que está contido no segmento definido pela linha de cumeada. A posição deste ponto é definida no espaço pela interseção no plano do segmento definido pelos pontos $p_1 = [p_{1x} \ p_{1y}]$ (centroide do plano vermelho) e $p_2 = [p_{2x} \ p_{2y}]$ (centroide do plano azul) com a projeção no plano horizontal da reta em \mathbb{R}^2 $\vec{r}_p(t) = [p_{0x} \ p_{0y}] + t \cdot [v_x \ v_y]$. O parâmetro t correspondente à posição do ponto p_A é calculado em \mathbb{R}^2 e é aplicado na reta $\vec{r}(t)$ em \mathbb{R}^3 . A coordenada z do ponto p_A é adotada como altitude da linha de cumeada na avaliação da precisão altimétrica.

Ao final dessa etapa, os dados de cada reta são armazenados numa tabela que apresenta as seguintes informações:

- Número dos 2 planos cuja interseção gera a referida reta ;
- Vetor diretor da reta $\vec{v} = [v_x \ v_y \ v_z]$;
- Coordenadas do ponto p_0 ;
- Coordenadas do ponto p_A .

Por fim, na última etapa é realizada um refinamento através da eliminação de linhas. Esse refinamento tem a finalidade de eliminar linhas imprecisas que possam ter sido selecionadas na primeira etapa. Para isso, cada linha reta é comparada com a sua correspondente e eliminada se não atender os seguintes critérios:

1 - A distância entre os centros virtuais deve estar dentro de uma tolerância estabelecida;

2 - O ângulo entre essas linhas deve ser inferior à tolerância angular estabelecida.

3.3.4 Avaliação da Acurácia Relativa

A figura 20 ilustra o esquema da avaliação da precisão.

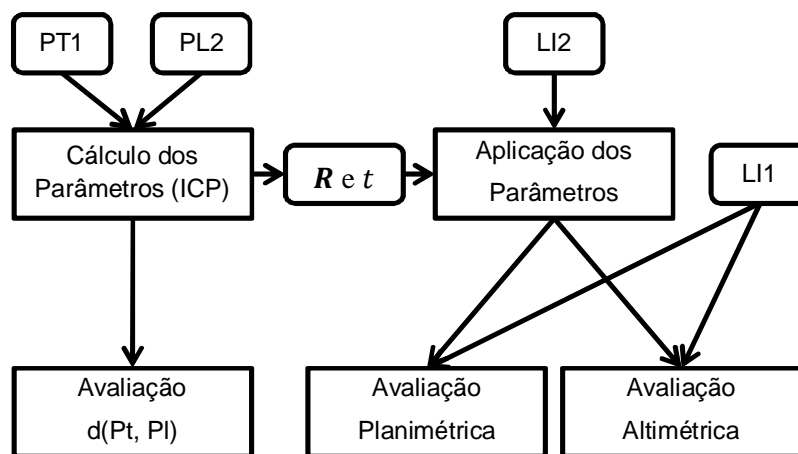


FIGURA 20 – ESQUEMA DA AVALIAÇÃO DA ACURÁCIA RELATIVA
FONTE: O autor (2014)

Nesta figura, PT1 corresponde aos pontos da faixa 1, sendo que cada ponto está associado a um plano da faixa 2 (PL2). Os parâmetros de rotação e translação são calculados pelo algoritmo ICP modificado, que minimiza o quadrado da distância entre pontos e seus respectivos planos. Em seguida é possível avaliar as distâncias ponto-a-plano antes e após a aplicação dos parâmetros calculados. Já LI1 e LI2 correspondem às linhas retas extraídas de cada uma das faixas. Por serem horizontais, essas linhas permitem a separação das componentes planimétrica e altimétrica, possibilitando a avaliação independente de cada componente. Para isso, os parâmetros calculados são aplicados nas linhas da faixa 2 (LI2) e por fim é realizada a avaliação da acurácia relativa altimétrica e planimétrica da nuvem de pontos.

3.3.4.1 Cálculo dos parâmetros

Esta etapa consiste em utilizar o algoritmo ICP para encontrar os parâmetros de modo análogo ao que foi realizado por Sande *et al.* (2010). Na sua versão original, os autores apresentaram um método que relaciona um conjunto de planos de uma faixa com os pontos correspondentes na outra faixa. Os parâmetros da transformação entre as duas faixas adjacentes são estimados através do modelo paramétrico do método dos mínimos quadrados, o qual minimiza as distâncias entre os pontos e seus planos correspondentes. O método proposto no presente trabalho assemelha-se ao método proposto por Sande *et al.* (2010) nos seguintes aspectos:

- (a) Emprega a mesma função de erro, ou seja, minimiza o quadrado da distância entre pontos e planos correspondentes;
- (b) Utiliza como dados de entrada os planos extraídos de uma faixa e os pontos correspondentes a esses planos da faixa adjacente.

Contudo, apresenta as seguintes diferenças:

- (a) Calcula a rotação entre as faixas em vez de estimar uma transformação linear, proporcionando a estimação direta dos ângulos de desalinhamento do sistema, sem a influência dos demais parâmetros da transformação afim (fatores de escala e fatores de não ortogonalidade), bem como evitando a superestimação do conjunto de parâmetros;
- (b) Utiliza uma variação do método ICP em vez de utilizar o método paramétrico dos mínimos quadrados;

O algoritmo original do ICP (BESL e MCKAY, 1992) minimiza o quadrado da distância entre pontos pseudo-conjugados, conforme apresentado na Subseção 2.5.2. Já no método proposto, busca-se minimizar o quadrado da distância entre pontos e planos, de modo análogo ao que é feito no trabalho de Chen e Medioni (1992). No entanto, Chen e Medioni empregam superfícies definidas localmente por planos tangentes, enquanto que o método proposto não realiza aproximações locais. No presente trabalho é proposto o emprego direto de um conjunto de pontos e planos correspondentes, uma vez que após a aplicação das etapas anteriores, restam na nuvem apenas pontos pertencentes a superfícies planas. Deste modo não

é necessário realizar aproximações locais, tendo em vista que há correspondência entre pontos e planos previamente extraídos.

Deste modo, o algoritmo proposto difere do método ICP original na etapa de seleção de pontos correspondentes. Para cada ponto da faixa 1 (p_1) é calculado um ponto pertencente ao plano da faixa adjacente (p_2). As coordenadas calculadas correspondem ao ponto do plano da faixa 2 que é mais próximo do ponto da faixa 1. A localização deste ponto no espaço é definida pela interseção do plano da faixa 2 com a reta perpendicular ao plano que passa pelo ponto da faixa 1. Ou seja, o ponto correspondente à projeção do mesmo no plano da faixa adjacente. A Figura 21 ilustra o procedimento.

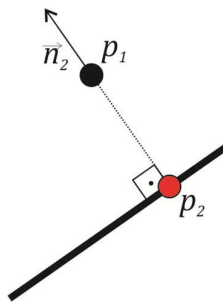


FIGURA 21 – CÁLCULO DO PONTO CORRESPONDENTE
FONTE: O autor (2014)

As coordenadas do ponto p_2 são determinadas através da solução do seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} \vec{n}_2^T p_2 = d_2 & (1) \\ p_2 = p_1 + s \cdot \vec{n}_2 & (2) \end{cases} \quad (46)$$

onde:

- p_1 : ponto da faixa 1;
- \vec{n}_2 : vetor normal do plano da faixa 2 (unitário);
- d_2 : distância do plano da faixa 2 à origem;
- p_2 : projeção do ponto da faixa 1 no plano da faixa 2; e
- s : escalar.

A primeira equação do sistema consiste na equação do plano da faixa 2. A segunda equação corresponde à equação da reta perpendicular a esse plano que

passa pelo ponto \mathbf{p}_1 . Para encontrar as coordenadas de \mathbf{p}_2 , basta encontrar o valor do escalar s . A solução do sistema de equações é a seguinte (substituindo (2) em (1)):

$$\begin{aligned} s &= d_2 - \vec{n}_2^T \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 &= \mathbf{p}_1 + (d_2 - \vec{n}_2^T \mathbf{p}_1) \cdot \vec{n}_2 \end{aligned} \quad (47)$$

Como \mathbf{p}_2 é a projeção de \mathbf{p}_1 no plano, a distância entre esses pontos corresponde à distância entre o ponto \mathbf{p}_1 e o plano definido pelos parâmetros \vec{n}_2, d_2 . Deste modo, ao aplicar na função de erro (Equação 23 da Subseção 2.5.2) o ponto \mathbf{p}_1 e a sua projeção \mathbf{p}_2 , essa função passa a representar a minimização do quadrado da distância entre um ponto e seu respectivo plano. Com isso a referida equação toma a seguinte forma, a saber:

$$e = \sum_i \|\mathbf{R}\mathbf{a}_i^k + \mathbf{t} - \mathbf{b}_{min}^k\|^2 \quad (48)$$

onde:

\mathbf{a}_i^k : ponto i do conjunto \mathbf{a} pertencente ao plano k ; e

\mathbf{b}_{min}^k : ponto do conjunto \mathbf{b} pertencente ao plano k que é mais próximo de \mathbf{a}_i^k .

Como há um numero significativamente inferior de planos em relação a pontos, os parâmetros são aplicados nos planos, resultando em melhor desempenho computacional.

Após o cálculo dos parâmetros, é possível avaliar os resíduos da distância ponto-a-plano antes e após a aplicação dos parâmetros calculados. Entretanto tal avaliação não permite avaliar de modo independente as componentes altimétricas e planimétricas. Esse processo é realizado na etapa seguinte empregando as linhas extraídas.

3.3.4.2 Avaliação Planimétrica e Altimétrica

As linhas de cumeada permitem determinar separadamente a precisão planimétrica e altimétrica. Estas linhas correspondem às retas aproximadamente

horizontais, ou seja, paralelas ao plano xy . Para uma linha reta que apresenta um ângulo de apenas $0,5^\circ$ em relação à horizontal, por exemplo, o valor de h varia 1 cm a cada 11,45 m. Deste modo, pode ser considerado que uma linha de cumeada apresenta valores de h constantes ao longo de sua extensão.

A precisão altimétrica é obtida através do REMQ, calculado a partir das altitudes de linhas de cumeada correspondentes, obtidas a partir da coordenada z do centro virtual.

Já o cálculo da precisão planimétrica é baseado no trabalho de Vosselman (2008). Cada linha de cumeada extraída fornece a informação da componente planimétrica do deslocamento perpendicular à linha reta. Todos os cálculos são feitos em \mathbb{R}^2 , sendo desprezada a coordenada z . Para calcular o deslocamento planimétrico, foi empregada a Equação 49, como segue:

$$d = -x \cdot \sin(\alpha) + y \cdot \cos(\alpha) \quad (49)$$

sendo:

d = distância da reta à origem;

x, y = coordenadas planimétricas do ponto; e

α = ângulo que a reta faz com o eixo x .

O erro planimétrico corresponde à distância entre o centro virtual de uma linha e sua linha correspondente na faixa adjacente. Na ausência de erros, o ponto p_A de uma faixa deveria pertencer à reta definida pela linha de cumeada extraída na faixa adjacente. O erro planimétrico é calculado através da Equação 50 e está ilustrado na Figura 22.

$$e = -x_A \cdot \sin(\alpha_2) + y_A \cdot \cos(\alpha_2) - d_2 \quad (50)$$

sendo:

e = erro planimétrico;

x_A, y_A = coordenadas planimétricas do ponto p_A de uma faixa; e

α_2, d_2 = parâmetros da reta definida pela linha de cumeada correspondente.

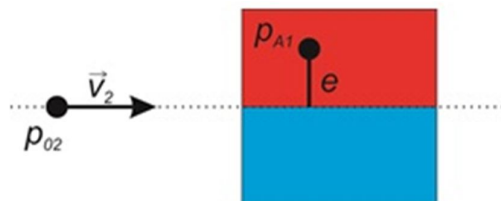


FIGURA 22 – ERRO PLANIMÉTRICO
FONTE: O autor (2014)

A precisão planimétrica é obtida através da raiz do erro médio quadrático calculado a partir dos erros estimados pela Equação 50. A seguir serão apresentados os experimentos e resultados obtidos com o método proposto.

4 EXPERIMENTOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 EXPERIMENTOS REALIZADOS

Para avaliação do método proposto foram conduzidos dois experimentos usando dados LIDAR referentes às áreas de estudo descritas na Seção 3.2. O método proposto é totalmente automatizado, no entanto é necessário definir vários parâmetros. Esses parâmetros foram definidos em testes aplicados numa pequena parcela da área de estudo 1 e aplicados com êxito em ambas área de estudo 2 sem qualquer modificação. Foram utilizados os seguintes parâmetros:

Parâmetros do filtro morfológico progressivo:

- (a) Tamanho da célula: 1 m;
- (b) Base: 2 células;
- (c) Declividade: 0,05 (5%);
- (d) Limiar de diferença de elevação inicial: 2 m;
- (e) Maior diferença de elevação: 10 m; e
- (f) Tamanho máximo da janela: 65 células.

Parâmetros do filtro RANSAC:

- (a) Número de vizinhos: 20;
- (b) Número de conjuntos mínimos: 10;
- (c) Tolerância: 10 cm;
- (d) Número mínimo de *inliers*: 15;
- (e) Ângulo mínimo do plano: 10°;
- (f) Ângulo máximo do plano: 80°.

Parâmetros da extração de planos:

- (a) Tamanho mínimo do conjunto (M): 40 pontos;
- (b) Tamanho máximo do conjunto: 500 pontos;
- (c) Número de vizinhos: 20;
- (d) Tolerância angular: 1°;

- (e) Raio (*outlier removal*): 4 m;
- (f) Quantidade de pontos mínimos (*outlier removal*): 8;
- (g) Resíduo máximo permitido: 10 cm.

Parâmetros da correspondência de planos

- (a) Distância máxima entre centroides de planos: 10 m;
- (b) Tolerância angular: $1,5^\circ$.

Parâmetros da extração de linhas

- (a) Distância máxima entre planos: 20 m;
- (b) Máxima elevação da linha reta em relação à horizontal: 1° .

Parâmetros da eliminação de linhas

- (a) Tolerância angular: $0,5^\circ$;
- (b) Tolerância de distância: 1 m.

Em cada experimento foram realizadas duas avaliações. Na primeira avaliação, os resultados obtidos pelo método proposto foram comparados com as seguintes situações, a saber:

- Situação ideal: é calculada a distância entre os pontos da faixa de referência em relação aos planos extraídos da própria faixa, ou seja, esses valores seriam obtidos na hipótese dos pontos da faixa LiDAR de referência se adequarem perfeitamente aos planos da faixa LiDAR adjacente;

- Antes da transformação: é calculada a distância entre os pontos da faixa de referência em relação aos planos extraídos da faixa LiDAR adjacente sem qualquer transformação; e

- Método de Referência: solução obtida por ajustamento paramétrico não linear. Esta solução é baseada no método apresentado por Sande *et al.* (2010). Porém, é empregada a matriz de rotação associada a uma translação em vez de uma transformação afim 3D. O método está detalhado no apêndice A.

Já na segunda avaliação, foram empregados planos de verificação para verificar a eficiência do cálculo dos parâmetros. Nessa avaliação, 25% dos planos extraídos foram selecionados aleatoriamente e separados para serem empregados

como planos de verificação, ou seja, os planos escolhidos não foram empregados nos cálculos dos parâmetros de transformação.

4.2 RESULTADOS

4.2.1 Área de estudo 1 – Curitiba - PR

Nesta área de estudo foram utilizadas apenas duas faixas (faixa 52 e faixa 53) que recobrem o bairro de Bacacheri em Curitiba. Cada etapa do método proposto reduz significativamente o número de pontos de cada faixa analisada, conforme pode ser visto na tabela 1.

TABELA 01 – QUANTIDADE DE PONTOS EM CADA ETAPA

Faixa	Original	PP	FPM	FR	EXT	COR
52	3.010.633	1.891.659	615.787	108.538	33.762	25.776
53	3.599.181	1.955.389	654.062	126.424	43.587	27.439

Legenda: PP – Pré-processamento; FPM – Filtro Progressivo Morfológico; FR – Filtro RANSAC; EXT – Extração de Planos; COR – Correspondência de planos.

FONTE: O autor (2014)

Neste caso, para fazer a avaliação da qualidade dos dados foi necessário utilizar menos de 1% dos dados. Na faixa 52 foram extraídos 443 planos enquanto que na faixa 53 foram extraídos 560 planos. Entre os planos, foram encontrados 304 planos correspondentes. Também foram inicialmente extraídas 63 linhas de cumeeiras, das quais 15 foram descartadas pelo processo de eliminação. A Tabela 2 apresenta a distribuição de frequência da precisão dos planos que apresentaram correspondência.

TABELA 02 – PRECISÃO DOS PLANOS EXTRAÍDOS

Precisão	Fx52	Fx53
Melhor que 2 cm	0	0
Em torno de 2 a 3 cm	58	50
Em torno de 3 a 4 cm	189	217
Em torno de 4 a 5 cm	53	35
Pior que 5 cm	4	2

FONTE: O autor (2014)

O valor do desvio-padrão da maioria dos planos é em torno de 3 a 4 cm, sendo que quase a totalidade dos planos apresenta desvio-padrão entre 2 a 5 cm. A Tabela 3 apresenta a distribuição de frequência do número de pontos desses mesmos planos, na qual pode ser verificada que cerca de 75% dos planos apresentam até 100 pontos.

TABELA 03 – NÚMERO DE PONTOS DOS PLANOS EXTRAÍDOS

Número de Pontos	Fx52	Fx53
Até 49	93	79
De 50 a 59	67	55
De 60 a 69	42	52
De 70 a 99	31	47
De 100 a 199	50	49
De 200 a 300	15	10
Acima de 300	6	12

FONTE: O autor (2014)

Os parâmetros utilizados foram definidos buscando estabelecer uma relação ótima de quantidade *versus* qualidade de planos. A alta qualidade dos planos é consequência da baixa tolerância empregada na filtragem RANSAC e no refinamento realizado durante a extração de planos, que é de apenas 10 cm. O aumento da tolerância e a redução do número mínimo de pontos permitem o aumento do número de planos extraídos, mas em contrapartida aumentam a probabilidade da extração de falsos planos ou também de planos imprecisos.

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos após a realização da primeira avaliação. Os valores da média, desvio-padrão, REMQ e maior distância foram obtidos a partir das distâncias dos pontos em relação aos seus planos correspondentes em cada um dos casos testados. Os valores de maior distância correspondem ao valor absoluto da maior distância entre ponto e plano encontrada em cada caso.

TABELA 04 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 1

	Situação Ideal	Sem transformação (Antes)	Método Proposto (Depois)	Método de Referência
Média (m)	0	-0,0582	-1,9 e ⁻⁵	3,2e ⁻⁵
Desvio-padrão (m)	0,0359	0,1034	0,0603	0,0603
REMQ (m)	0,0359	0,1195	0,0603	0,0603
Maior discrepância (m)	0,1085	0,4226	0,2610	0,2611

FONTE: O autor (2014)

Já a Tabela 5 apresenta os parâmetros de translação e rotação calculados pelo método proposto.

TABELA 05 – PARÂMETROS CALCULADOS NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 1

Parâmetros	Método Proposto	Método de Referência
t_x (cm)	-39,93	-39,93 ($\pm 0,20$)
t_y (cm)	4,66	4,67 ($\pm 0,17$)
t_z (cm)	-6,44	-6,45 ($\pm 0,04$)
ω (graus)	0,0174	0,0174 ($\pm 1,8e^{-4}$)
ϕ (graus)	0,0060	0,0060 ($\pm 7,2e^{-5}$)
κ (graus)	0,0045	0,0045 ($\pm 9,5e^{-5}$)

FONTE: O autor (2014)

A Figura 23 ilustra o histograma da distância ponto-a-plano da situação ideal. Já a Figura 24 ilustra simultaneamente os histogramas da distância ponto-a-plano antes (na cor vermelha) e após a aplicação do método proposto (na cor azul). Os histogramas apresentam a quantidade de pontos no eixo vertical e a distância ponto-a-planos no eixo horizontal (em m).

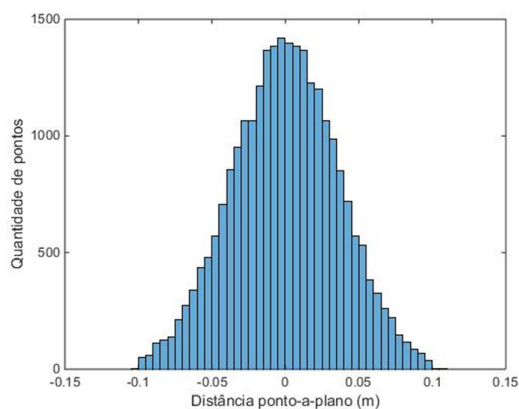


FIGURA 23 – HISTOGRAMA DA DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO DA SITUAÇÃO IDEAL DA ÁREA 1

FONTE: O autor (2014)

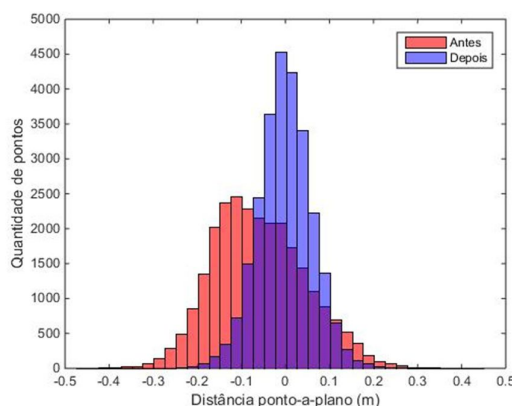


FIGURA 24 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS CALCULADOS DA ÁREA 1
 FONTE: O autor (2014)

Analisando a coluna da situação ideal da tabela 4 é possível verificar que os parâmetros dos planos foram corretamente determinados, tendo em vista que a média da distância entre os pontos a seus respectivos planos resulta num valor próximo de zero (restando apenas erros numéricos) e o seu histograma (ver figura 23) apresenta a forma de uma curva gaussiana. Pode ser verificado o corte nos extremos ($\pm 0,1$ m), decorrente da tolerância aplicada durante o processo de extração de planos. Não foram encontradas tendências significativas, dado que o valor do REMQ é igual ao desvio padrão calculado. Em relação aos resultados obtidos com a pior situação, verifica-se a presença de erros sistemáticos, uma vez que a média da distância ponto a plano é aproximadamente 6 cm. Também pode ser verificado visualmente que o formato do histograma da distância ponto a plano se afasta de uma curva normal (em vermelho na Figura 24).

Ainda na Tabela 4, os resultados obtidos com o método proposto mostram que a média das distâncias ponto-a-plano é -0,0019 cm, enquanto que o REMQ e o desvio-padrão são iguais a 6,04 cm e a maior discrepância encontrada foi de 26,10 cm. Além disso, o histograma gerado (em azul na Figura 24) apresenta a forma de uma curva gaussiana.

Já na Tabela 5, pode ser verificado que há uma translação significativa entre as faixas, uma vez que apenas a componente em x da translação é igual a 40 cm, indicando a presença de erros sistemáticos. Os valores encontrados para os parâmetros de translação indicam que as faixas empregadas no experimento não

foram previamente ajustadas. Os valores dos ângulos de rotação calculados não foram significativos, apresentando valores inferiores a $0,02^\circ$.

Comparando os resultados das Tabelas 4 e 5, verifica-se que os resultados do método de proposto são praticamente iguais ao do método de referência, tendo em vista que ambos minimizam a mesma função de erro só que através de ferramentas matemáticas distintas. A pouca diferença pode resultar da implementação da aplicação das rotações, que no método proposto é realizada por quatérnios sendo que no método de referência são utilizados os ângulos de Euler.

Após a aplicação da transformação, é realizada a avaliação da acurácia planimétrica e altimétrica através das 48 linhas retas extraídas e não eliminadas. Foi calculado um REMQ altimétrico igual a 2,86 cm e REMQ planimétrico igual a 12,60 cm. A figura 25 ilustra os histogramas dos erros altimétricos e planimétricos.

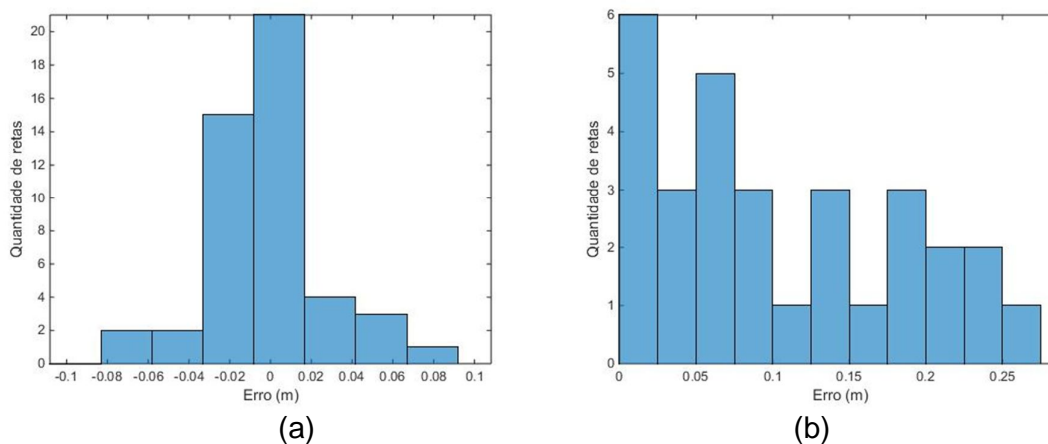


FIGURA 25 – ERROS ALTIMÉTRICO (a) E PLANIMÉTRICO (b)
FONTE: O autor (2014)

Em seguida, foi realizada a segunda avaliação. Dos 304 planos, 228 foram empregados no cálculo dos parâmetros, enquanto 76 foram empregados na verificação. A Tabela 6 apresenta os parâmetros de translação e rotação calculados pelo método proposto.

TABELA 06 – PARÂMETROS CALCULADOS NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 1

Parâmetros	Valores
t_x (cm)	-0,4206
t_y (cm)	0,0391
t_z (cm)	-0,0643
ω (graus)	0,0183
ϕ (graus)	0,0064
κ (graus)	0,0046

FONTE: O autor (2014)

Os resultados são apresentados na tabela 7, onde foram avaliadas as distâncias ponto-a-plano antes e após a aplicação do método.

TABELA 07 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 1

	Antes	Depois
Média (m)	-0,027816	-0,002549
Desvio-padrão (m)	0,089751	0,062214
REMQ (m)	0,106755	0,062261
Maior discrepância (m)	0,310339	0,208863

FONTE: O autor (2014)

Observa-se na Tabela 7 a redução significativa do REMQ nos dados empregados para verificação. Essa redução pode ser constatada também nos histogramas da Figura 26. Após a aplicação dos parâmetros calculados, o gráfico do histograma das distâncias ponto-a-plano assume a forma de uma curva gaussiana centrada em zero.

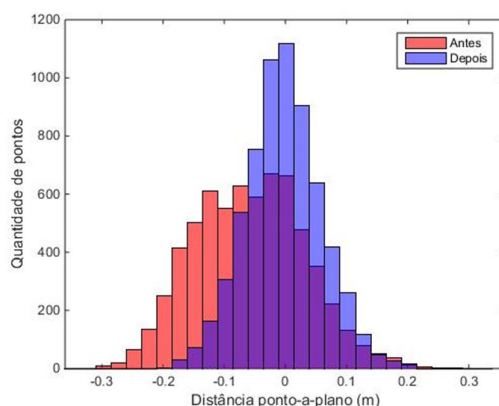


FIGURA 26 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO NOS DADOS DE VERIFICAÇÃO DA ÁREA 1

1

FONTE: O autor (2014)

Já a Tabela 8 e a Figura 27 apresentam a distribuição de frequências e o histograma do REMQ calculado por plano de verificação, ou seja, foi calculado um valor de REMQ para cada um dos planos de verificação. Antes da transformação aproximadamente metade dos planos apresentaram REMQ superior a 10 cm. Após a transformação, mais de 90% dos planos apresentam REMQ inferior a 10 cm.

TABELA 08 – REMQ DOS PLANOS DE VERIFICAÇÃO DA ÁREA 1

Número de Planos	Antes	Depois
Até 0,025 m	0	0
De 0,025 a 0,050 m	18	42
De 0,050 a 0,075 m	10	17
De 0,075 a 0,100 m	11	11
De 0,100 a 0,125 m	12	5
De 0,125 a 0,150 m	11	1
De 0,150 a 0,175 m	6	0
De 0,175 a 0,200 m	7	0
Acima de 0,200 m	1	0

FONTE: O autor (2014)

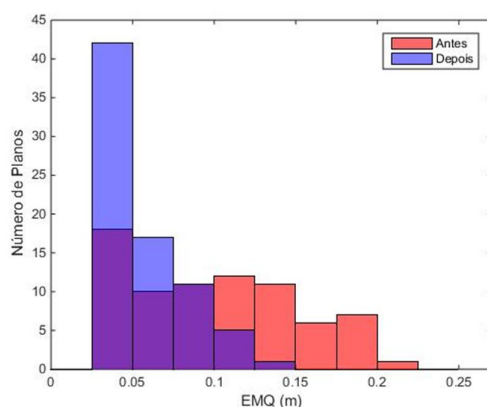


FIGURA 27 – HISTOGRAMAS DO REMQ POR PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO DA ÁREA 1

FONTE: O autor (2014)

A redução das distâncias ponto-a-plano também pode ser destacada através da análise do erro em um dos planos de verificação. As Figuras 28 e 29 são referentes às distâncias ponto-a-plano de um dos planos de verificação.

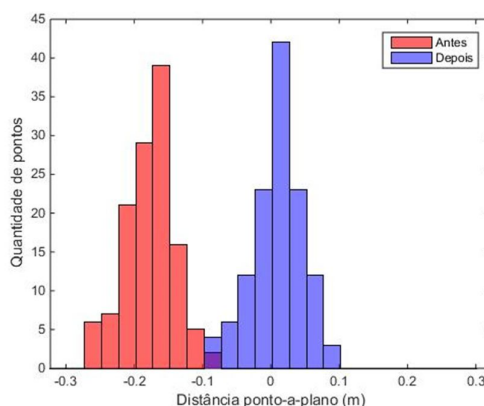
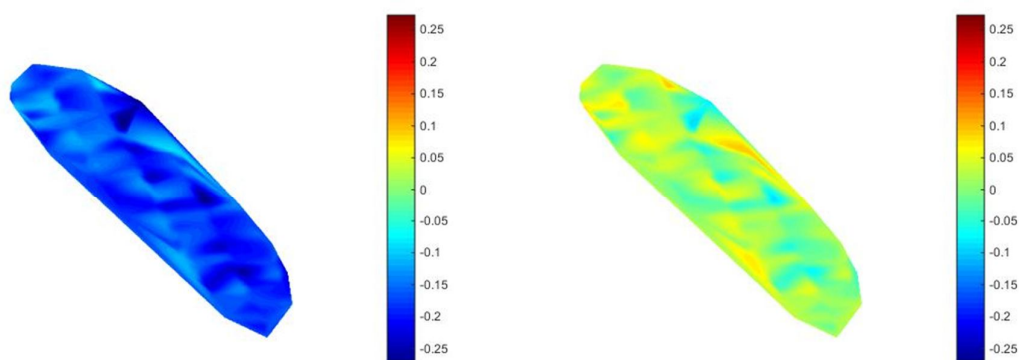


FIGURA 28 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS CALCULADOS EM UM PLANO

FONTE: O autor (2014)



(a)

(b)

FIGURA 29 – ERROS EM UM PLANO ANTES (a) E APÓS (b) A TRANSFORMAÇÃO (m)

FONTE: O autor (2014)

No referido plano, verifica-se a partir do sinal dos erros que os pontos estão localizados abaixo do plano antes da transformação. A aplicação da mesma faz com que ocorra uma redução geral de todas as distâncias de cada ponto que compõe o plano, fazendo com que a média das distâncias seja próxima de zero.

4.2.2 Área de estudo 2 – Recife - PE

Nesta área de estudo foram utilizadas 11 faixas (faixa 4 a 8 e faixas 15 a 20). Essas faixas formam 9 áreas de sobreposição formadas por faixas paralelas

(áreas de A a I). A Tabela 9 apresenta quais faixas são utilizadas em cada uma das áreas.

TABELA 09 – FAIXAS EMPREGADAS EM CADA ÁREA

Área	Faixa 1 (Pontos)	Faixa 2 (Planos)
A	4	5
B	5	6
C	6	7
D	7	8
E	15	16
F	16	17
G	17	18
H	18	19
I	19	20

FONTE: O autor (2014)

Do mesmo modo que ocorreu na Área de estudo 1, há uma significativa redução do número de pontos de cada faixa, conforme pode ser visto na Tabela 10. O maior percentual de pontos empregados na avaliação da acurácia foi na faixa 20, área de sobreposição I, onde foi empregado 2,95 % dos dados.

TABELA 10 – QUANTIDADE DE PONTOS EM CADA ETAPA DA ÁREA 2

Área (Faixa)	Original	PP	FPM	FR	EXT	COR	% R
A(4)	1.037.996	396.423	224.749	40.035	20.409	15.278	1,47
A(5)	1.024.816	355.906	201.516	34.115	18.042	13.907	1,36
B(5)		347.008	186.060	16.797	5.792	4.606	0,45
B(6)	1.159.626	407.940	215.516	21.043	6.585	5.153	0,44
C(6)		375.602	231.560	54.409	28.906	25.039	2,16
C(7)	1.161.448	338.948	208.555	47.751	26.400	22.119	1,90
D(7)		397.369	245.099	56.179	25.485	21.665	1,87
D(8)	1.182.951	417.469	256.327	61.521	27.581	22.117	1,87
E(15)	752.353	267.877	174.332	20.377	8.924	8.342	1,11
E(16)		344.907	226.275	28.773	12.151	10.854	0,85
F(16)	1.271.191	479.901	253.955	45.141	17.299	13.561	1,07
F(17)		380.914	201.319	31.706	13.039	11.447	1,03
G(17)	1.114.935	291.885	182.280	31.400	16.927	14.078	1,26
G(18)		365.480	232.880	42.857	20.833	16.131	1,16
H(18)	1.388.505	485.282	288.957	68.751	29.262	23.498	1,69
H(19)		387.571	226.044	50.943	23.938	19.322	2,00
I(19)	965.985	255.878	157.118	37.897	22.020	19.258	1,99
I(20)	832.956	326.172	202.647	52.169	28.428	24.539	2,95

Legenda: PP – Pré-processamento; FPM – Filtro Progressivo Morfológico; FR – Filtro RANSAC; EXT – Extração de Planos; COR – Correspondência de planos; % R – Percentual de Redução de dados

FONTE: O autor (2014)

Já a Tabela 11 apresenta a quantidade de planos extraídos em cada faixa.

TABELA 11 – QUANTIDADE DE PLANOS DA ÁREA 2

Área (Faixa)	TPE	CR	PL C	PL V
A(4)	212	143	107	36
A(5)	190			
B(5)	52	33	25	8
B(6)	56			
C(6)	194	149	112	37
C(7)	189			
D(7)	228	183	137	46
D(8)	243			
E(15)	76	67	50	17
E(16)	86			
F(16)	122	84	63	21
F(17)	96			
G(17)	152	115	86	29
G(18)	172			
H(18)	250	172	129	43
H(19)	231			
I(19)	214	182	136	46
I(20)	243			

Legenda: TPE – Total de planos extraídos; CR – Correspondências realizadas; PL C – Planos de controle; PL V – Planos de verificação.

FONTE: O autor (2014)

Das 9 áreas de sobreposição de faixas, 3 apresentaram menos de 100 planos. O pior caso foi verificado na área B, onde foram extraídos apenas 33 planos. As faixas 5 e 6, que formam a área de sobreposição B, estão no mesmo sentido que o rio existente na região. Como não há muitas edificações a menos de 50 m do curso d'água, em grande parte da faixa há ausência de telhados. Já a Tabela 12 apresenta a quantidade de linhas extraídas para realização da avaliação altimétrica e planimétrica de cada faixa.

TABELA 12 – QUANTIDADE DE LINHAS RETAS DA ÁREA 2

Área	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Linhas Extraídas	65	8	32	71	26	27	39	75	86
Linhas Eliminadas	34	1	10	24	7	14	21	25	42
% Eliminação	52,3	12,5	31,3	33,8	26,9	51,9	53,8	33,3	48,8

FONTE: O autor (2014)

A falta de planos na área B implicou numa quantidade pequena de linhas retas. Já o elevado percentual de eliminação de linhas extraídas (em 3 das 9 áreas, mais de 50% das linhas extraídas foram eliminadas) é consequência da opção por parâmetros mais rígidos para garantir a extração automática de linhas retas confiáveis.

A Tabela 13 apresenta a precisão (desvio-padrão) dos planos extraídos em cada uma das áreas. Já a Tabela 14 apresenta o número de pontos por plano.

TABELA 13 – PRECISÃO DOS PLANOS EXTRAÍDOS DA ÁREA 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Média (cm)	2,527	2,355	2,673	2,496	2,583	2,623	2,572	2,556	2,574
Mínimo (cm)	1,501	1,719	1,765	1,695	1,791	1,946	1,940	1,656	1,618
Máximo (cm)	4,906	3,664	4,941	5,550	3,529	3,794	3,494	4,392	4,918

FONTE: O autor (2014)

TABELA 14 – NÚMERO DE PONTOS DOS PLANOS EXTRAÍDOS DA ÁREA 2

Área	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Média	97,25	156,15	148,45	120,86	162	136,27	140,27	112,34	134,83
Mínimo	40	41	40	41	41	42	42	40	40
Máximo	308	495	469	492	496	421	464	312	453

FONTE: O autor (2014)

Nas Tabelas 13 e 14 fica evidente o impacto da seleção dos parâmetros. Em geral, na Tabela 13 verifica-se que os planos extraídos apresentam precisão na ordem de 2,5 cm, sendo que no pior caso apresentou precisão igual a 5,55 cm. A elevada precisão dos planos extraídos é consequência da tolerância de distância ponto-a-plano ser igual a 10 cm na filtragem RANSAC e no refinamento realizado durante a extração dos planos. Já na Tabela 14, pode ser visto que na média foram extraídos planos com um elevado número de pontos. O tamanho mínimo dos planos de cada área é reflexo do parâmetro adotado (igual a 40) para o número mínimo de pontos que cada plano extraído deve apresentar. Consequentemente, a escolha de parâmetros mais restritivos implica na extração de um número menor de planos. Por outro lado, esses planos são mais confiáveis para serem empregados na avaliação da qualidade.

A Tabela 15 apresenta os resultados obtidos após a realização da primeira avaliação, ou seja, empregando todos os planos extraídos. Os valores de média, desvio-padrão, REMQ e maior distância foram obtidos a partir das distâncias dos pontos em relação aos seus respectivos planos em cada uma das situações testadas.

TABELA 15 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2

Área	Sit	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Média (cm)	I	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	A	2,792	4,518	2,981	3,771	-1,431	-0,899	2,646	0,851	-2,127
	D	-0,050	-0,121	-0,108	-0,122	-0,064	-0,001	-0,116	-0,003	-0,067
REMQ (cm)	I	2,655	2,532	2,763	2,664	2,648	2,676	2,741	2,523	2,725
	A	14,16	19,51	19,14	21,98	14,37	12,84	14,12	9,088	14,10
	D	3,011	2,944	2,984	3,646	2,839	2,924	3,718	2,840	3,033
Maior Discrepância (cm)	I	9,98	9,825	9,979	9,858	9,490	9,874	9,926	9,941	9,98
	A	45,88	44,45	41,48	77,70	38,00	28,78	38,82	26,65	31,75
	D	16,65	15,08	13,03	28,14	11,66	14,34	18,60	22,90	18,08

Legenda: I – Situação Ideal; A – Antes; D – Depois.

FONTE: O autor (2014)

Pode ser verificado que a média da distância na situação ideal (I) é igual a zero em todas as áreas. Isso ocorre tendo em vista que o método utilizado para ajustar os planos a partir de um conjunto de pontos (ACP) apresenta os mesmos resultados de um ajustamento por mínimos quadrados. Já os valores médios das distâncias ponto-a-plano antes da aplicação dos parâmetros indicam a presença de erros sistemáticos. Pode-se observar que todos os valores foram reduzidos após a aplicação dos parâmetros.

Em relação ao REMQ, pode ser verificada uma melhora significativa, sendo que os valores encontrados após a aplicação dos parâmetros ficou próxima da situação ideal. Em média, o REMQ caiu de 15 cm para 3 cm após a aplicação dos parâmetros de transformação.

Já em relação à maior discrepância, os valores encontrados em todas as áreas para situação ideal refletem a tolerância de distância ponto-a-plano escolhida (10 cm). Após a aplicação do método, os valores caíram em média de 40 cm para menos de 20 cm.

A eficiência do emprego do método ICP modificado pode ser verificada nos histogramas das Figuras 30, 31, 32, 33 e 34.

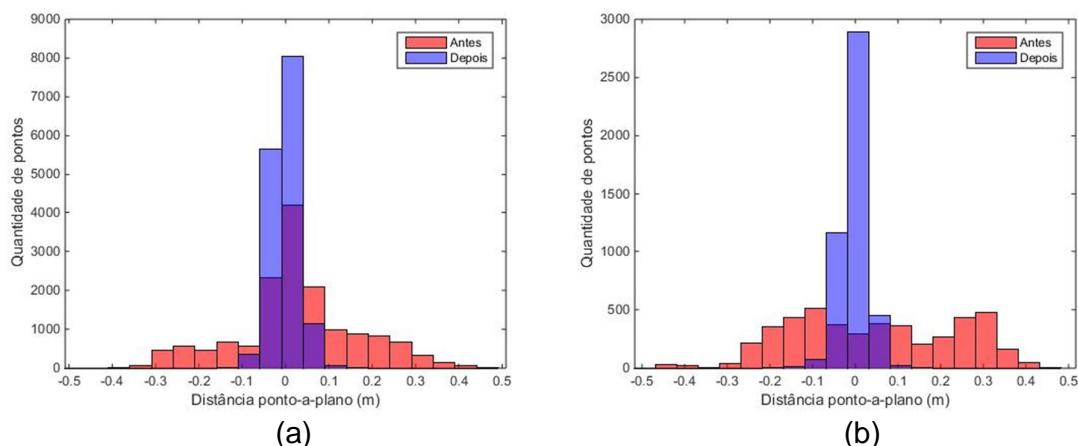


FIGURA 30 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “A” (a) E “B” (b) NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2
FONTE: O autor (2014)

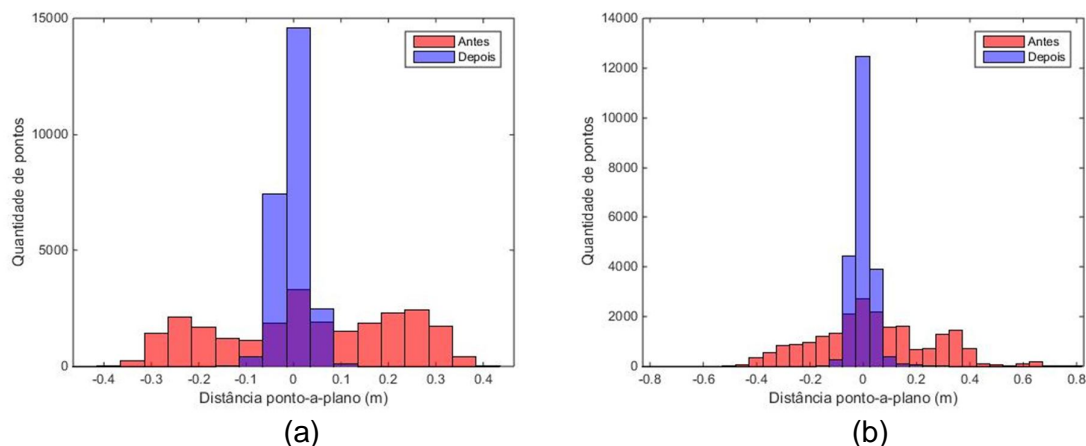
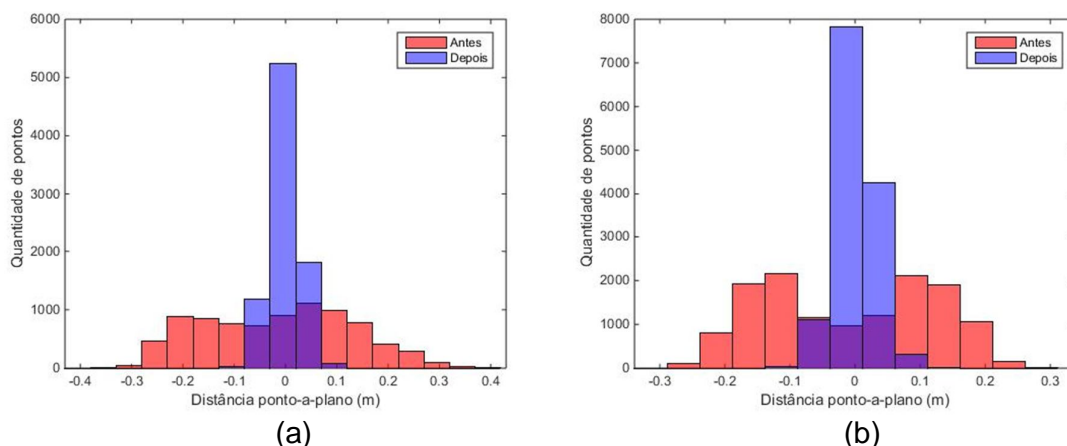
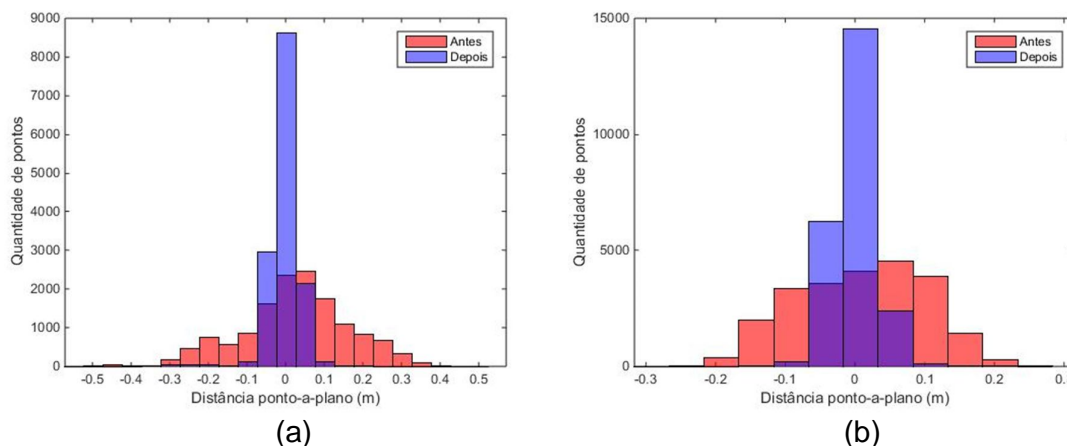


FIGURA 31 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “C” (a) E “D” (b) NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2
FONTE: O autor (2014)



(a) (b)
FIGURA 32 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “E” (a) E “F” (b) NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2
 FONTE: O autor (2014)



(a) (b)
FIGURA 33 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “G” (a) E “H” (b) NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2
 FONTE: O autor (2014)

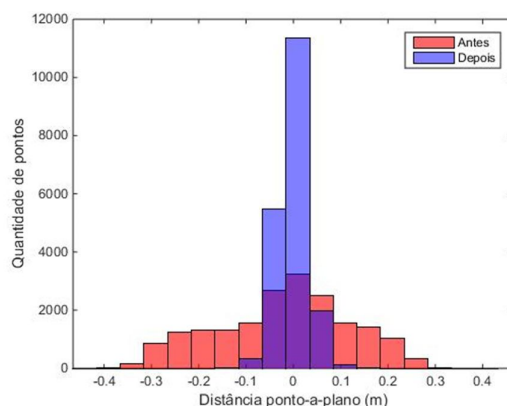


FIGURA 34 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NA ÁREA “I” NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2
FONTE: O autor (2014)

Em todas as áreas a amplitude do histograma foi reduzida significativamente após a transformação. Quase a totalidade dos pontos apresenta distância ao plano inferior a 10 cm.

Já na Tabela 16 consta os parâmetros calculados para cada uma das áreas.

TABELA 16 – PARÂMETROS CALCULADOS NA 1ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2

Parâmetros	A	B	C	D	E	F	G	H	I
t_x (cm)	75,23	-80,42	69,71	-78,84	14,17	13,55	11,40	10,49	12,14
t_y (cm)	7,36	5,87	7,43	7,48	56,17	-36,76	58,20	-33,25	54,41
t_z (cm)	2,15	1,5	1,38	3,31	-1,14	-0,60	2,81	0,01	-3,02
ω (graus)	-0,018	0,050	-0,017	0,045	0,077	0,005	0,097	0,004	0,070
φ (graus)	-0,036	0,105	-0,035	0,106	-0,049	-0,002	-0,059	-0,002	-0,046
κ (graus)	0,005	0,002	0,000	-0,001	0,001	-0,002	-0,003	0,004	-0,001

FONTE: O autor (2014)

Nas áreas correspondentes às faixas com sentido SO-NE, há uma translação significativa na componente x , na ordem de 75 cm. Já nas faixas com sentido perpendicular (sentido SE-NO) a componente maior da translação é em y . Essa variação ocorre devido ao fato de que a componente planimétrica do erro sistemático de translação depende da direção voo, conforme apresentado no Quadro 1 da Subseção 2.1.2. Os valores significativos de translação indicam que a faixa não foi ajustada previamente. Já os valores dos ângulos de rotação calculados não foram significativos, apresentando valores inferiores à $0,1^\circ$.

Após a aplicação da transformação, é realizada a avaliação da acurácia planimétrica e altimétrica através das linhas retas extraídas e não eliminadas. Os resultados são apresentados na Tabela 17.

TABELA 17 – REMQ ALTIMÉTRICO E PLANIMÉTRICO DA ÁREA 2

REMQ	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Altimétrico (cm)	1,508	0,681	0,660	3,311	0,798	0,832	0,972	1,733	1,369
Planimétrico (cm)	6,054	6,649	2,006	7,245	2,861	6,436	3,236	5,541	4,588
Observações	31	7	22	47	19	13	18	50	44

FONTE: O autor (2014)

Na Tabela 17 pode ser verificado que a acurácia altimétrica do sistema é melhor que a planimétrica. Quando comparado a área de estudo 1, verifica-se que a acurácia planimétrica dos dados da área de estudo 2 é melhor. Isso ocorre devido ao fato de que a acurácia planimétrica é dependente da altura de voo. A altura de voo do aerolevanteamento que recobriu a área de estudo 2 é inferior à altura de voo utilizada na área de estudo 1. Tanto a acurácia altimétrica quanto a planimétrica são melhores que as especificações do sensor, apresentadas no Quadro 3 da Subseção 3.2.2.

Em seguida, foi realizada a segunda avaliação, após dividir os pontos e planos em dois conjuntos: o de controle, utilizado no cálculo dos parâmetros, e o de verificação, que não foi utilizado. Os resultados são apresentados nas Tabelas 7, onde foram avaliadas as distâncias ponto-a-plano antes e após a aplicação do método. Todos resultados referem-se aos dados de verificação.

TABELA 18 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2

Área	Sit	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Média (cm)	A	4,161	5,774	2,876	4,537	-0,295	-1,385	-1,342	1,270	-0,240
	D	0,200	1,042	-0,297	0,550	-0,263	0,147	-0,433	0,044	-0,379
REMQ (cm)	A	16,07	18,45	18,76	21,79	15,28	14,75	14,81	9,28	14,04
	D	3,10	3,34	3,03	4,75	3,02	2,98	4,93	2,77	3,11
Maior Disc. (cm)	A	44,16	31,99	39,03	73,68	31,25	28,78	38,44	25,37	30,37
	D	12,96	12,86	11,89	29,48	11,81	11,50	11,64	11,94	11,87

Legenda: A – Antes; D – Depois.

FONTE: O autor (2014)

Os resultados da Tabela 18 são análogos aos resultados da primeira avaliação. Os parâmetros calculados também são muito próximos aos valores encontrados na primeira avaliação.

TABELA 19 – PARÂMETROS CALCULADOS NA 2ª AVALIAÇÃO

Parâmetros	A	B	C	D	E	F	G	H	I
t_x (cm)	74,65	-81,38	69,67	-78,68	13,96	14,40	11,45	10,58	11,84
t_y (cm)	7,70	4,28	7,53	8,95	56,29	-36,76	56,90	-33,15	54,46
t_z (cm)	2,06	1,29	1,35	3,13	-1,18	-0,64	2,90	0,002	-2,93
ω (graus)	-0,017	0,047	-0,018	0,045	0,074	0,002	0,093	0,005	0,070
φ (graus)	-0,035	0,099	-0,038	0,103	-0,047	-0,001	-0,057	-0,003	-0,046
κ (graus)	0,006	0,002	0,000	-0,001	0,003	-0,001	-0,003	0,004	0,000

FONTE: O autor (2014)

Nas Figuras 35, 36, 37, 38 e 39 é possível verificar histogramas similares aos encontrados na primeira avaliação.

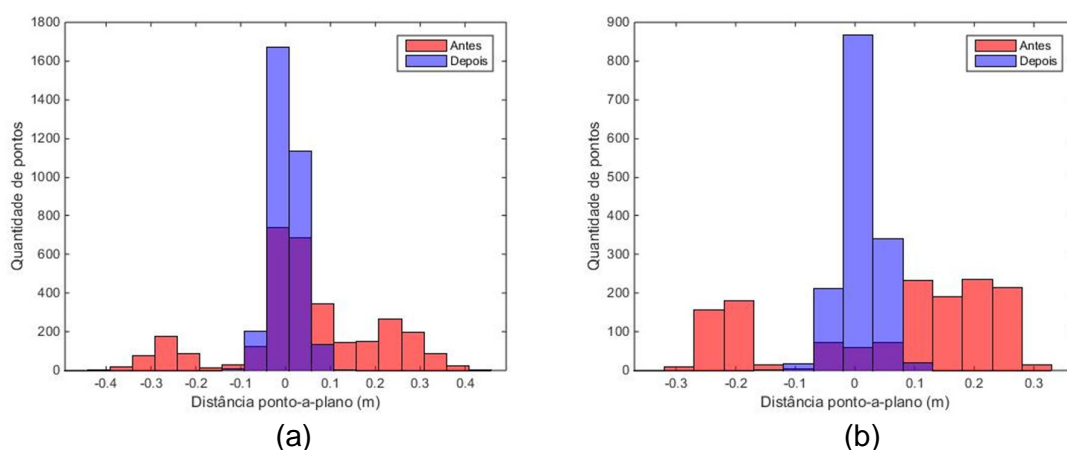


FIGURA 35 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “A” (a) E “B” (b) NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2
FONTE: O autor (2014)

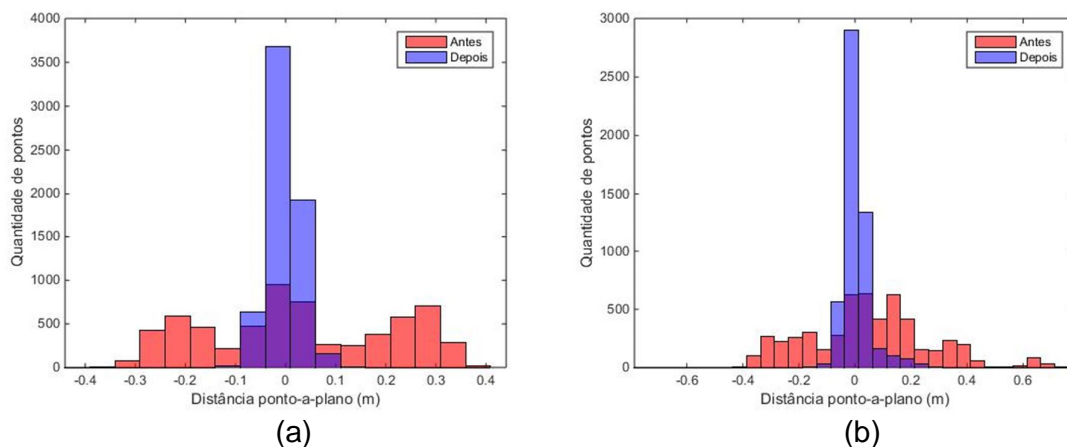


FIGURA 36 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “C” (a) E “D” (b) NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2
FONTE: O autor (2014)

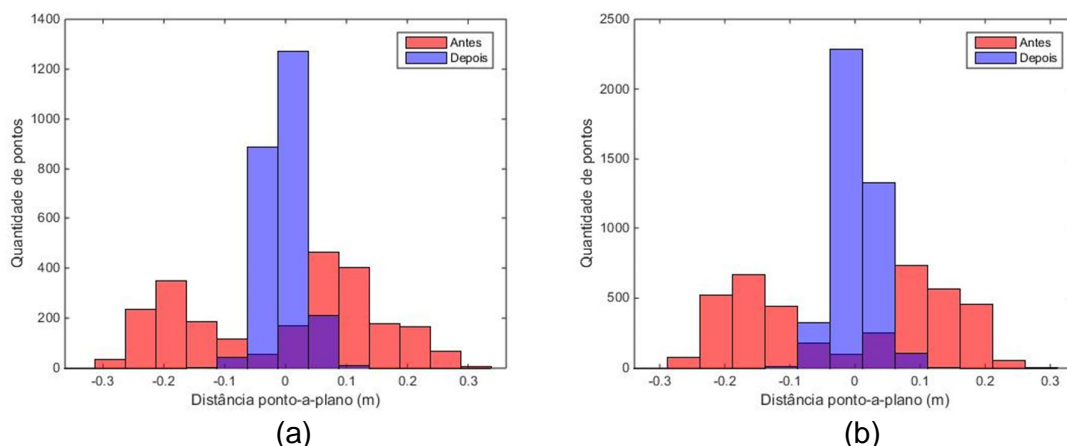


FIGURA 37 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “E” (a) E “F” (b) NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2
FONTE: O autor (2014)

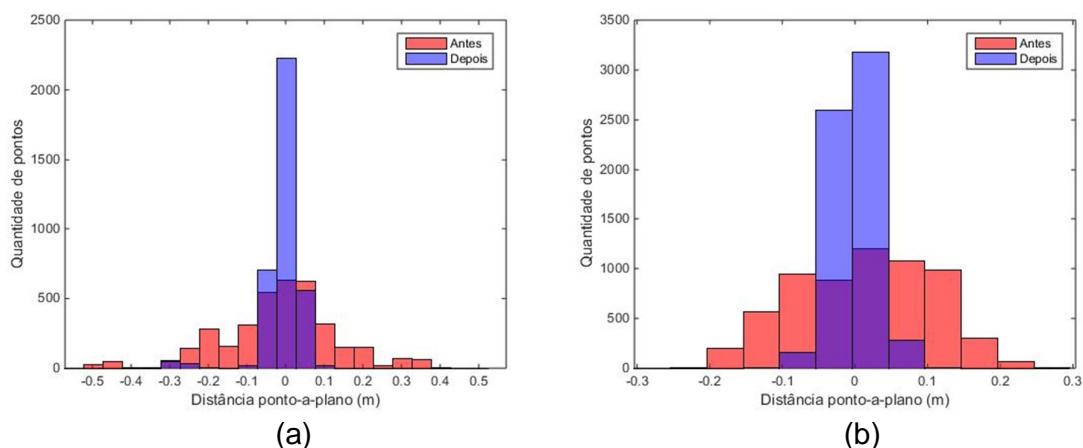


FIGURA 38 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NAS ÁREAS “G” (a) E “H” (b) NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2
FONTE: O autor (2014)

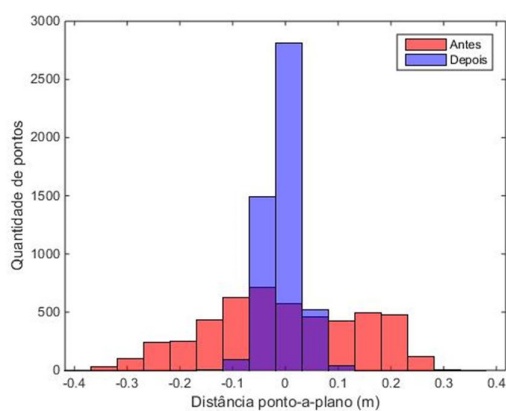


FIGURA 39 – HISTOGRAMAS DE DISTÂNCIA PONTO-A-PLANO ANTES E APÓS A APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS NA ÁREA “I” NA 2ª AVALIAÇÃO DA ÁREA 2
FONTE: O autor (2014)

A seguir serão apresentadas as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

5 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um método híbrido de avaliação da acurácia posicional de dados LiDAR aerotransportado. O método emprega simultaneamente primitivas extraídas dos telhados das edificações presentes em faixas adjacentes obtidas por sistema de varredura LASER. Para investigar a potencialidade do método proposto, foram conduzidos dois experimentos usando dados LiDAR de áreas urbanas com densidades distintas.

Em geral, o emprego de primitivas planares e lineares é particularmente útil na avaliação de áreas urbanas, onde existe um grande número de telhados e linhas de cumeeada que podem ser extraídos dos telhados das edificações. Essas feições são perenes e podem ser extraídas automaticamente.

O método proposto mostrou-se eficiente na extração de planos. A combinação dos algoritmos RANSAC, *OutlierRemoval*, filtro morfológico progressivo aliados ao algoritmo de crescimento de regiões resultou na extração automática de planos com precisão. Os parâmetros foram definidos experimentalmente numa área teste reduzida, sendo possível utilizar o algoritmo nas demais áreas, sem alterá-los. Cabe ressaltar que os dados dos dois experimentos realizados apresentavam características distintas. Por outro lado, o pré-processamento e a filtragem agregaram um elevado custo computacional ao método. Porém, o presente método reduz a necessidade de intervenção humana durante o processo, em detrimento do custo computacional. Vale ressaltar que grande parte do esforço computacional para executar o método proposto está concentrado principalmente na filtragem dos dados. Além do alto custo computacional, o método apresenta como desvantagem a impossibilidade de estabelecer a precisão dos parâmetros estimados.

O presente trabalho também implementou a representação por quatérnios, empregadas no método ICP modificado. Este método foi aplicado com êxito no processo de avaliação da qualidade, corrigindo a deficiência apontada por Habib *et al.* (2010), que afirma que o ICP não apresenta um desempenho adequado devido a ausência de correspondências exatas. As etapas que precedem o cálculo dos

parâmetros eliminam esse problema ao atribuir correspondências exatas entre pontos e planos. Já a seleção do ponto a partir da projeção do ponto de uma faixa no plano da faixa adjacente permite minimizar as distâncias entre cada ponto e o seu plano correspondente.

A solução encontrada pelo método proposto é a mesma que a obtida pelo método de referência (de acordo com as Tabelas 4 e 5), ou seja, a solução obtida pelo método ICP é igual a solução obtida pelo ajustamento paramétrico não linear que calcula a translação e os ângulos de Euler. Com isso, o cálculo dos parâmetros pode ser feito tanto pelo método de referência quanto pelo método proposto, devendo prevalecer aquele que tiver a implementação mais eficiente e resultar num menor custo computacional.

Devido ao fato de estar sendo avaliada apenas a acurácia relativa, a qualidade posicional é obtida sem a necessidade de levantamento de dados externos, reduzindo custo na coleta de dados. Além disso, a automação completa do processo proporciona redução do tempo de execução de uma avaliação, reduzindo a necessidade de mão de obra. Esses fatores aliados permitem a avaliação a baixo custo um conjunto de dados LiDAR aerotransportado e mostram a viabilidade de uso prático do método proposto.

Vale ressaltar que a acurácia absoluta não pode ser mensurada a partir da acurácia relativa. Entretanto a avaliação da acurácia relativa permite a identificação de erros sistemáticos (exceto a componente altimétrica) no conjunto de dados. Além disso, um conjunto de dados que apresenta uma baixa acurácia relativa não poderá apresentar alta acurácia absoluta. Deste modo, a comprovação de uma baixa acurácia relativa permite identificar um conjunto de dados de baixa qualidade.

A principal característica do modelo de otimização proposto é a possibilidade de avaliar detalhadamente a acurácia relativa entre faixas adjacentes, através do cálculo dos erros sistemáticos e análise das discrepâncias ponto-a-plano. Além disso, o emprego das linhas retas derivadas das cumeadas das edificações permite verificar simultaneamente a acurácia relativa planimétrica da altimétrica, sendo a grande contribuição do método proposto em relação aos trabalhos relacionados ao tema estudado.

5.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir do presente trabalho recomenda-se os seguintes tópicos para pesquisas futuras:

- (a) Realizar a avaliação da acurácia absoluta com auxílio da fototriangulação;
- (b) Buscar reduzir o custo computacional do processo, tornando-o mais eficiente;
- (c) Usar a informação de intensidade para aprimorar o processo de correspondência;
- (d) Aperfeiçoar o algoritmo de extração de linhas, buscando aumentar a quantidade de linhas retas confiáveis extraídas pelo método.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTON, H. **Cálculo, um novo horizonte – volume 2**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra linear com aplicações**. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ARIZA LOPES, F. J. **Fundamentos de Evaluación de la Calidad de la Información Geográfica**. 1. ed. Jaen: Universidade de Jaén, 2013.

BAE, K. H.; LICHTI, D. D. A method for automated registration of unorganised point clouds. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 63, n. 1, p. 36-54, 2008.

BANG, K. I. **Alternative Methodologies for LiDAR System Calibration**. 177 f. Thesis (Doctor of Philosophy) – Department of Geomatics Engineering. University of Calgary, Calgary, 2010.

BEINAT, A.; CROSILLA, F.; SEPIC, F. Automatic morphological pre-alignment and global hybrid registration of close range images. **International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, v. 36, n. Part 5, 2006.

BESL, P. J.; MCKAY, N. D. A method of registration of 3-D shapes. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 14, n. 2, p. 239-256, 1992.

BOSTRÖM, G.; GONÇALVES, J. G. M.; SEQUEIRA, V... Controlled 3D data fusion using error-bounds. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 63, n. 1, p. 55-67, 2008.

CARVALHO, P. C.; FIGUEIREDO, L. H. **Introdução à Geometria Computacional**. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 1991.

CHEN, Y.; MEDIONI, G. Object modelling by registration of multiple range images. **Image and vision computing**, v. 10, n. 3, p. 145-155, 1992.

CROMBAGHS, M.; BRÜGELMANN, R.; DE MIN, E. J. On the adjustment of overlapping strips of laseraltimeter height data. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 33, n. B3/1, p. 230-237, 2000.

CSANYI N.; TOTH, C. K.; Improvement of Lidar Data Accuracy Using Lidar-Specific Ground Targets. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, v. 73, n. 4, p.385-396, 2007.

FISCHLER, M. A.; BOLLES, R. C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. **Communications of the ACM**, v. 24, n. 6, p. 381-395, 1981.

FRIESS, P. Toward a rigorous methodology for airborne laser mapping. **Proceedings EuroCOW**, p. 25-27, 2006.

GOMES, J.; VELHO, L. **Fundamentos da Computação Gráfica**. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2003.

GRUEN, A.; AKCA, D. Least squares 3D surface and curve matching. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 59, n. 3, p. 151-174, 2005.

HABIB, A.; KERSTING, A. P.; BANG, K. I.; LEE D. C. Alternative methodologies for the internal quality control of parallel LiDAR strips. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 48, n. 1, p. 221-236, 2010.

HORN, B. K. P. Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. **Journal of the Optical Society of America A**, v. 4, n. 4, p. 629-642, 1987.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. **Applied Multivariate Statistical Analysis**. 6 ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2007.

KERSTING, A. P. B. **Quality Assurance of Multi-Sensor Systems**. 295 f. Thesis (Doctor of Philosophy) – Department of Geomatics Engineering. University of Calgary, Calgary, 2011.

KILIAN, J.; HAALA, N.; ENGLISH, M. Capture and evaluation of airborne laser scanner data. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 31, p. 383-388, 1996.

LARI, Z.; HABIB, A.; KWAK, E. An adaptive approach for segmentation of 3D laser point cloud. **International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, v. XXXVIII-5/W12, p. 103-107, 2011.

LATYPOV, D. Estimating relative lidar accuracy information from overlapping flight lines. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 56, n. 4, p. 236-245, 2002.

MATAS, J. State-of-the-art RANSAC. **IEEE Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)**. Disponível em: <http://www.imgfsr.com/CVPR2011/Tutorial6/RANSAC_CVPR2011.pdf> Acesso em: 05/Mai/2014

MAY, N. C.; TOTH C., Point positioning accuracy of airborne LiDAR systems: A rigorous analysis. **International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, v. 36, n. 3/W49B, p. 107-111, 2007.

MONICO, J. F. G.; DAL POZ, A. P.; GALO, M.; DOS SANTOS, M. C.; OLIVEIRA, L. C. Acurácia e precisão: revendo os conceitos de forma acurada. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v.15, n.3, 2009.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística e probabilidade aplicada para engenheiros**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

PCL: Compiling PCL from source on Windows. Disponível em: <http://pointclouds.org/documentation/tutorials/compiling_pcl_windows.php#compiling-pcl-windows>. Acesso em: 10/Ago/2013.

PFEIFER, N. C.; ELBERINK, S. O.; FILIN, S. Automatic tie elements detection for laser scanner strip adjustment. **International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, v. 36, n. 3/W3, p. 1682-1750, 2005.

RABBANI, T.; VAN DEN HEUVEL, F.; VOSSELMANN, G. Segmentation of point clouds using smoothness constraint. **International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, v. 36, n.5, p. 248-253, 2006.

RENTSCH, M.; KRZYTEK, P. LiDAR strip adjustment using automatically reconstructed roof shapes. **Proceedings of International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information**, p. 158-164, 2009.

RUSINKIEWICZ, S.; LEVOY, M. Efficient variants of the ICP algorithm. **3-D Digital Imaging and Modeling, 2001. Proceedings. Third International Conference on**. IEEE p. 145-152, 2001.

RUSU, R. B.; COUSINS, S. 3D is here: Point Cloud Library (PCL). **IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)**, 2011.

SANDE, C. V. D.; KHOSHELHAM, K.; SOUDARISSANANE, S. Assessment of relative accuracy of AHN-2 laser scanning data using planar features. **Sensors**, v. 10, n. 9, p. 8198-8214, 2010.

SEGAL, Aleksandr; HAEHNEL, Dirk; THRUN, Sebastian. Generalized-ICP. In: **Robotics: Science and Systems**. 2009.

SHAN, J; TOTH, C. K. **Topographic laser ranging and scanning: principles and processing**. Boca Raton: CRC Press, 2008.

SKALLOUD, J.; LICHTI, D. Rigorous approach to bore-sight self-calibration in airborne laser scanning. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 61, n. 1, p. 47-59, 2006.

SNYDER, J. P. **Map projections - A working manual**. Washington: U. S. Printing Office, 1987.

TORGE, W. **Geodesy**. 3. ed. Berlim: Walter de Gruyter, 2001.

TOTH, C. K.; PASKA, E.; BRZEZINSKA, D. Using Road Pavement Markings as Ground Control for Lidar Data. **International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, v. 37, part B1, p.189-195, 2008.

VINHAS, L.; QUEIROZ, G. R. Bancos de dados geográficos. In: DAVIS JR, C. A.; QUEIROZ, G. R. **Métodos de acesso para dados espaciais**. Curitiba: MundoGEO, 2005. cap. 6.

VOSSelman, G. Analysis of planimetric accuracy of airborne laser scanning surveys. **International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, v. 37, part B3a, p. 99-104, 2008.

VOSSelman, G; MAAS, H. G. **Airborne and terrestrial laser scanning**. Dunbeath: Whittles, 2010.

VOSSelman, G. Automated planimetric quality control in high accuracy airborne laser scanning surveys. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 74, p. 90-100, 2012.

WEHR, A.; LOHR, U. Airborne Laser Scanning – An Introduction and Overview. **ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing**. v. 54, pp. 68-82. 1999.

WILLIAMS, J.; BENNAMOUN, M. Simultaneous registration of multiple corresponding point sets. **Computer Vision and Image Understanding**, v. 81, n. 1, p. 117-142, 2001.

ZHANG, K.; CHEN, S. C.; WHITMAN, D.; SHYU, M. L.; YAN, J.; ZHANG, C. A progressive morphological filter for removing nonground measurements from airborne LIDAR data. **Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on**, v. 41, n. 4, p. 872-882, 2003.

APÊNDICE

MÉTODO DE REFERÊNCIA

É baseado no trabalho de Sande *et al.* (2010). Seu modelo matemático parte da equação vetorial do plano, como segue:

$$\vec{n}^T \mathbf{p} = d \quad (51)$$

onde:

$\vec{n} = [n_x \ n_y \ n_z]^T$: vetor normal do plano; e
 d : distância do plano à origem.

Vale ressaltar que todo ponto $\mathbf{p} = [x \ y \ z]^T$ que satisfaz a Equação 51 pertence ao referido plano.

Um ponto \mathbf{p}' pertencente a uma faixa e \mathbf{p} representando as coordenadas desse mesmo ponto na faixa adjacente são relacionados pela seguinte equação, a saber:

$$\mathbf{p} = \mathbf{B}\mathbf{p}' + \vec{t} \quad (52)$$

onde:

$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$: transformação linear;
 $\vec{t} = [t_x \ t_y \ t_z]^T$: translação;
 $\mathbf{p}' = [x' \ y' \ z']^T$.

Neste modelo é empregada a transformação linear em vez da matriz de rotação, com a finalidade de manter a linearidade do modelo. Vale lembrar que neste caso, está sendo desprezada a ortogonalidade da matriz \mathbf{B} , não sendo possível obter os ângulos de rotação sem a influência dos demais parâmetros da transformação. Como não há correspondência exata entre pontos de faixas

adjacentes, deve ser realizada a correspondência entre ponto e plano. Para isso, aplica-se a Equação 52 na Equação 51:

$$\vec{n}^T \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{p}' + \vec{t}) = d$$

$$[n_x, n_y, n_z] \cdot \left(\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \right) = d \quad (53)$$

A Equação 53 relaciona um plano de uma faixa com um ponto da faixa adjacente. Essa relação é dada por 12 parâmetros (9 parâmetros da transformação linear \mathbf{B} e 3 parâmetros da translação \vec{t}). A matriz \mathbf{B} pode ser representada do seguinte modo:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1^T \\ \mathbf{b}_2^T \\ \mathbf{b}_3^T \end{bmatrix} \quad (54)$$

onde \mathbf{b}_i^T corresponde à linha i da matriz \mathbf{B} . A Equação 53 pode ser reescrita empregando a Equação 54, como segue:

$$[n_x, n_y, n_z] \cdot \left(\begin{bmatrix} \mathbf{b}_1^T \\ \mathbf{b}_2^T \\ \mathbf{b}_3^T \end{bmatrix} \cdot \vec{p}' + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \right) = d \quad (55)$$

$$n_x(\mathbf{b}_1^T \mathbf{p}' + t_x) + n_y(\mathbf{b}_2^T \mathbf{p}' + t_y) + n_z(\mathbf{b}_3^T \mathbf{p}' + t_z) = d$$

A Equação 55 relaciona um ponto \mathbf{p}' de uma faixa com o seu plano (\vec{n}, d) correspondente na outra faixa. Para cada um dos m pontos há uma equação que faz a associação do mesmo com o seu plano correspondente (dentro do universo de k planos existentes). O conjunto de equações constitui um sistema que é solucionado pelo modelo paramétrico linear do MMQ.

$$\begin{bmatrix} n_x^1 \mathbf{p}'^1 & n_y^1 \mathbf{p}'^1 & n_z^1 \mathbf{p}'^1 & n_x^1 & n_y^1 & n_z^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_x^k \mathbf{p}'^m & n_y^k \mathbf{p}'^m & n_z^k \mathbf{p}'^m & n_x^k & n_y^k & n_z^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \\ t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d^1 \\ \vdots \\ d^k \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$\mathbf{AX} = \mathbf{L}_b$$

O sistema da Equação 56 é resolvido por um ajustamento paramétrico linear com 12 parâmetros (9 elementos da transformação linear). Para obter uma solução única recorre-se ao princípio do MMQ:

$$\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \min, \mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{L}_b \quad (57)$$

onde:

\mathbf{V} : vetor dos resíduos;

\mathbf{A} : matriz dos coeficientes;

\mathbf{X} : vetor dos parâmetros; e

\mathbf{L}_b : vetor das observações.

Neste ajustamento, cada elemento do vetor dos resíduos \mathbf{V} corresponde à distância de cada ponto em relação ao plano correspondente.

Para que o sistema não apresente singularidade, é necessário pelo menos 12 pontos correspondentes a 3 planos distintos. Os parâmetros são obtidos pela Equação 58:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{L}_b \quad (58)$$

Já a precisão dos parâmetros é obtida pela diagonal principal da matriz variância-covariância dos parâmetros Σ_X . Essa matriz é calculada pela seguinte equação:

$$\Sigma_X = \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \quad (59)$$

onde:

$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{V}}{n-u}$: variância a *posteriori*;

n : número de equações;

u : número de parâmetros.

Para fins de comparação, no método de referência foi utilizada a matriz de rotação em vez da transformação linear. Com isso, foi desprezada a linearidade do modelo. A substituição da transformação linear \mathbf{A} pela matriz de rotação \mathbf{R} resulta na seguinte equação, a saber:

$$n_x(\mathbf{r}_1^T \cdot \mathbf{p}' + t_x) + n_y(\mathbf{r}_2^T \cdot \mathbf{p}' + t_y) + n_z(\mathbf{r}_3^T \cdot \mathbf{p}' + t_z) = d \quad (60)$$

onde \mathbf{r}_i^T corresponde a linha i da matriz de $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T \\ \mathbf{r}_2^T \\ \mathbf{r}_3^T \end{bmatrix}$

Cada um dos m pontos resulta numa equação que faz a associação do mesmo com o seu plano correspondente (dentro do universo de k planos existentes). Devido ao uso da matriz de rotação, a Equação 60 é não linear. A equação está na forma:

$$F(X_a) = L_a \quad (61)$$

onde:

$$F(X_a) = n_x(\mathbf{r}_1^T \mathbf{p}' + t_x) + n_y(\mathbf{r}_2^T \mathbf{p}' + t_y) + n_z(\mathbf{r}_3^T \mathbf{p}' + t_z) ;$$

$$L_a = L_b + V: \text{observações ajustadas; e}$$

$$L_b = d: \text{observações medidas.}$$

Para obter os parâmetros, é necessário recorrer ao ajustamento paramétrico não linear, tendo em vista que a função $F(X_a)$ é não linear. Nesse caso, é necessário linearizá-la através da expansão em série de Taylor. A Equação 62 representa forma linearizada da equação 61.

$$F(X_a) = F(X_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X_a=X_0} (X_a - X_0) \quad (62)$$

onde:

$$X_a = [\omega \quad \varphi \quad \kappa \quad t_x \quad t_y \quad t_z]^T: \text{parâmetros ajustados;}$$

$$X_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T: \text{aproximação inicial dos parâmetros;}$$

$$F(X_0) = L_0 = \vec{n}^T \mathbf{p}': \text{observações calculadas a partir da aproximação inicial; e}$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X_a=X_0} = J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \omega} & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_1}{\partial \kappa} & \frac{\partial F_1}{\partial t_x} & \frac{\partial F_1}{\partial t_y} & \frac{\partial F_1}{\partial t_z} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_m}{\partial \omega} & \frac{\partial F_m}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_m}{\partial \kappa} & \frac{\partial F_m}{\partial t_x} & \frac{\partial F_m}{\partial t_y} & \frac{\partial F_m}{\partial t_z} \end{bmatrix}: \text{matriz jacobiana de } F(X).$$

A Equação 62 pode ser escrita da seguinte forma:

$$J\Delta X + L = V \quad (63)$$

onde:

$$L = L_0 - L_b; \text{ e}$$

$$\Delta X = X_a - X_0.$$

Em ajustamentos não lineares é necessária uma estimativa inicial X_0 para os valores dos parâmetros e a solução é obtida iterativamente. Tendo em vista que nos dados provenientes do LiDAR a discrepância entre as faixas é muito pequena, o valor inicial de cada parâmetro é considerado igual a zero.